

# FUNCIONES

Tomado de:

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/SIopeslider/Index.html>

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Fm/Index.html>

## ➤ **Objetivos**

Al terminar esta lección, los estudiantes deberán:

- Conocer los fundamentos de las funciones.
- Aprender la terminología utilizada en las funciones lineales.
- Practicar con la descripción de funciones lineales mediante frases, tablas de datos y expresiones algebraicas simples.

# "Las máquinas de funciones"

- **Discusión sobre las funciones como procesadores o fabricantes de fórmulas.**

4

# El procesador, máquina o función.

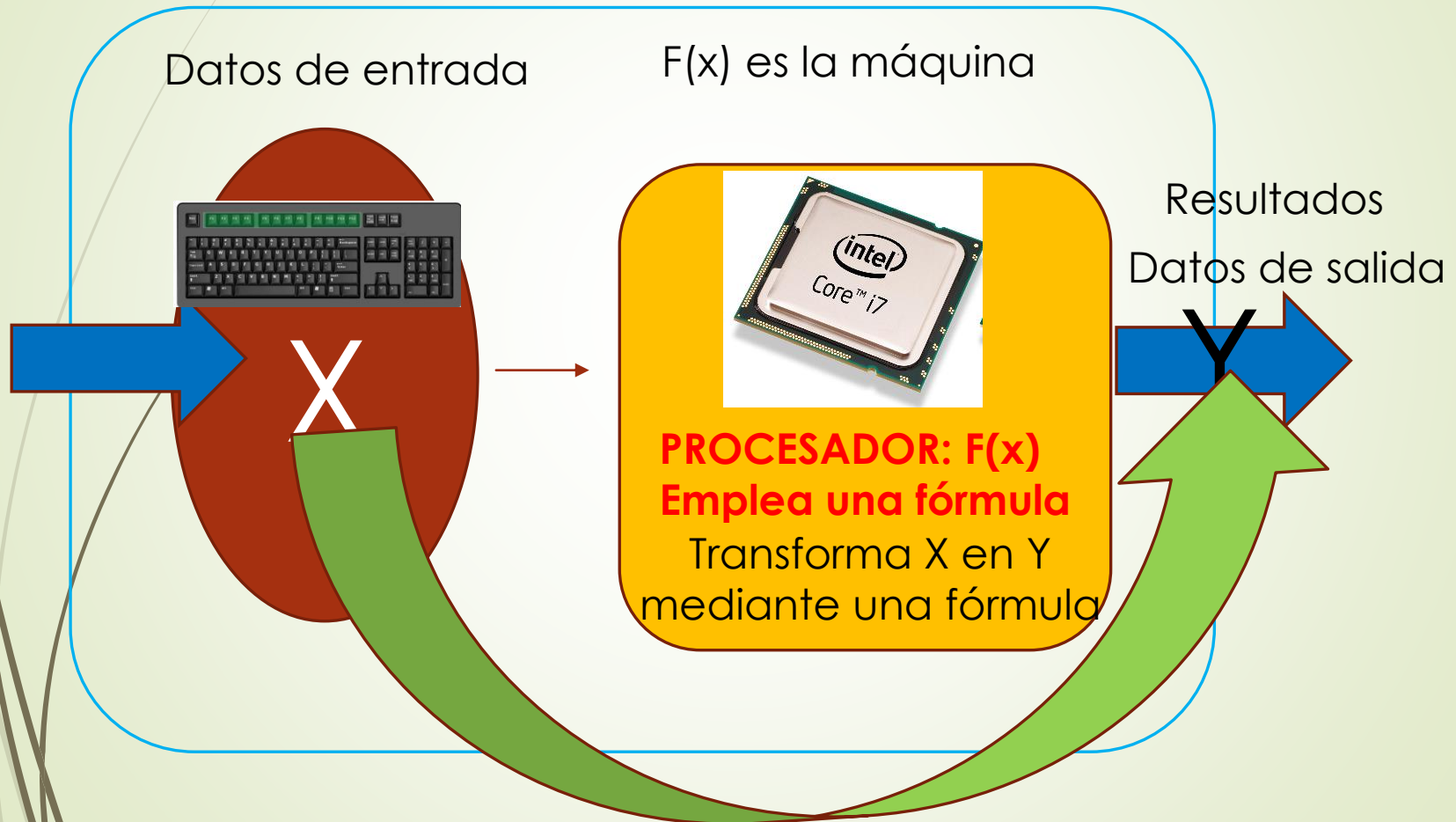


Figura 1. Mi máquina de funciones para transformar un número de entrada en otro de salida.

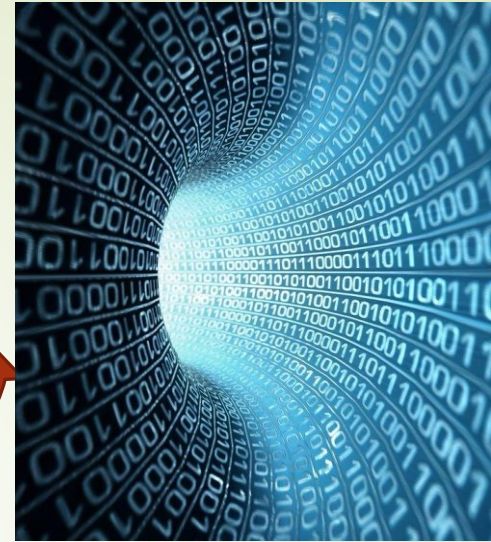
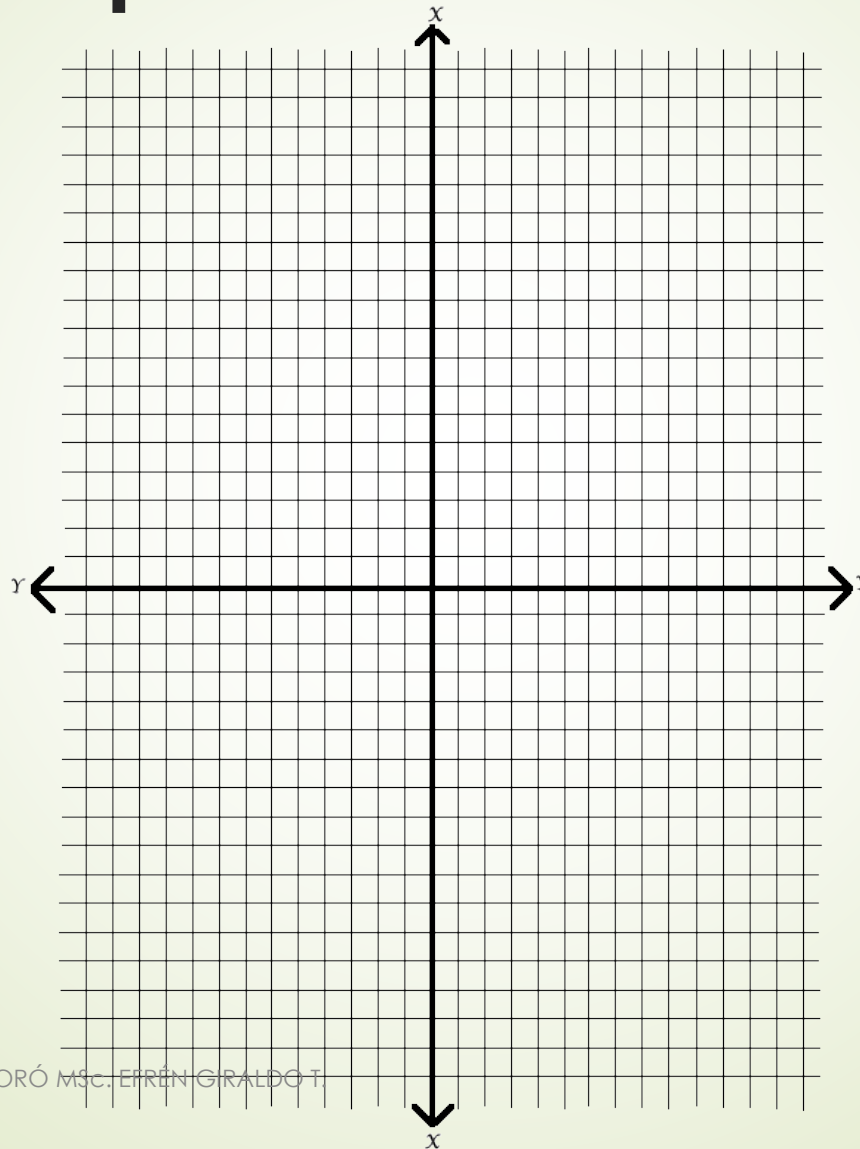


Figura 2. Una función es un **procesador** (máquina) que coge unos datos de entrada y los transforma en otros datos diferentes de salida mediante una fórmula específica.

# Otra manera de ver función

- Si ambos datos están graficados en un plano cartesiano, **la gráfica es el procesador, máquina o función** y por medio de esta gráfica puedo a partir de los datos de entrada hallar los de salida.

# Hoja de trabajo para La máquina de función



- Supongamos que nuestro **procesador** es **una línea recta** en una cuadrícula con ejes cartesianos.
- Si usted me da un número, yo pondré ese número en el mi máquina. Usaré esa recta como mi máquina de función **f** para ver qué resultado obtenemos.



## Datos de salida

9

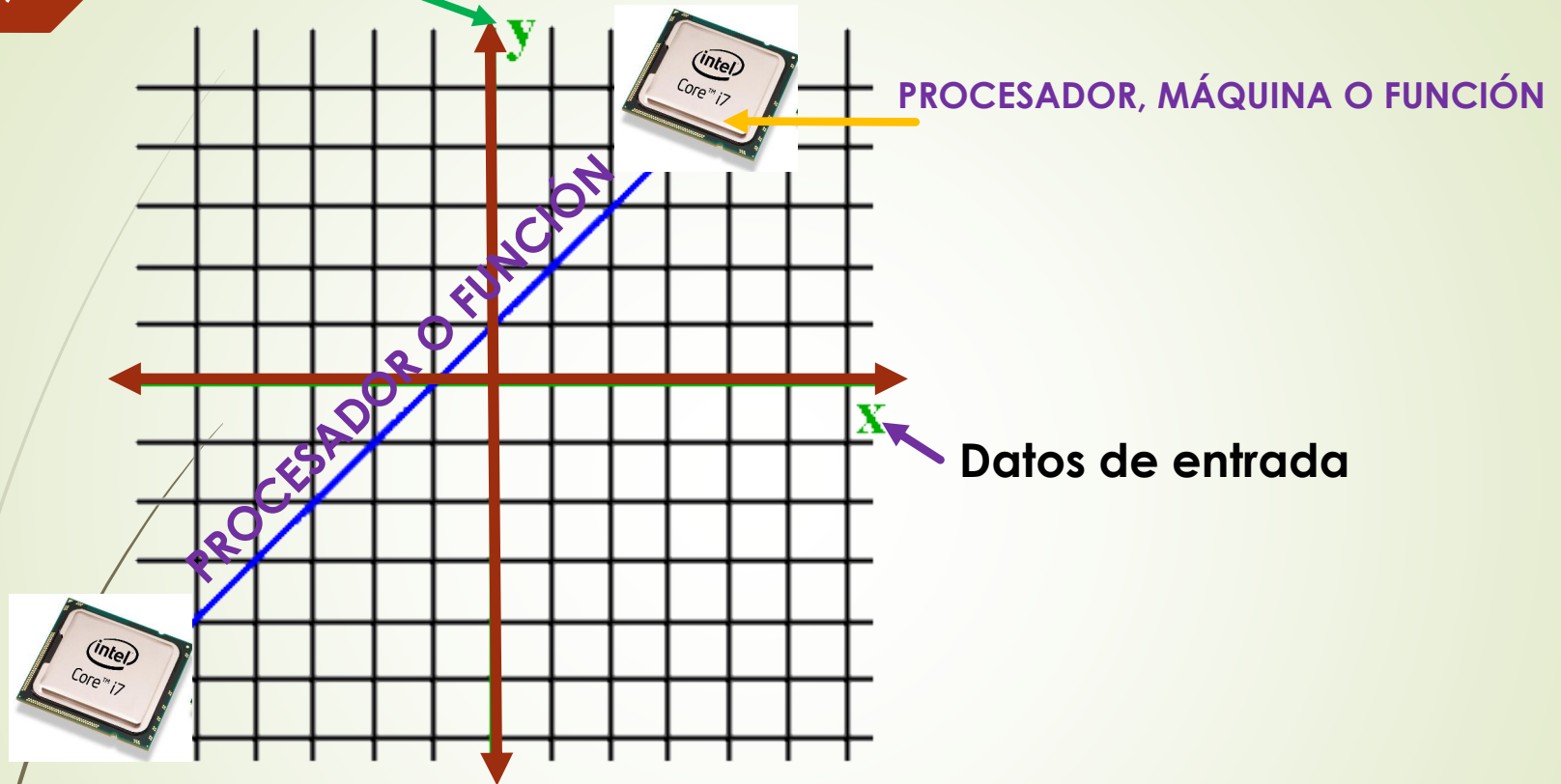
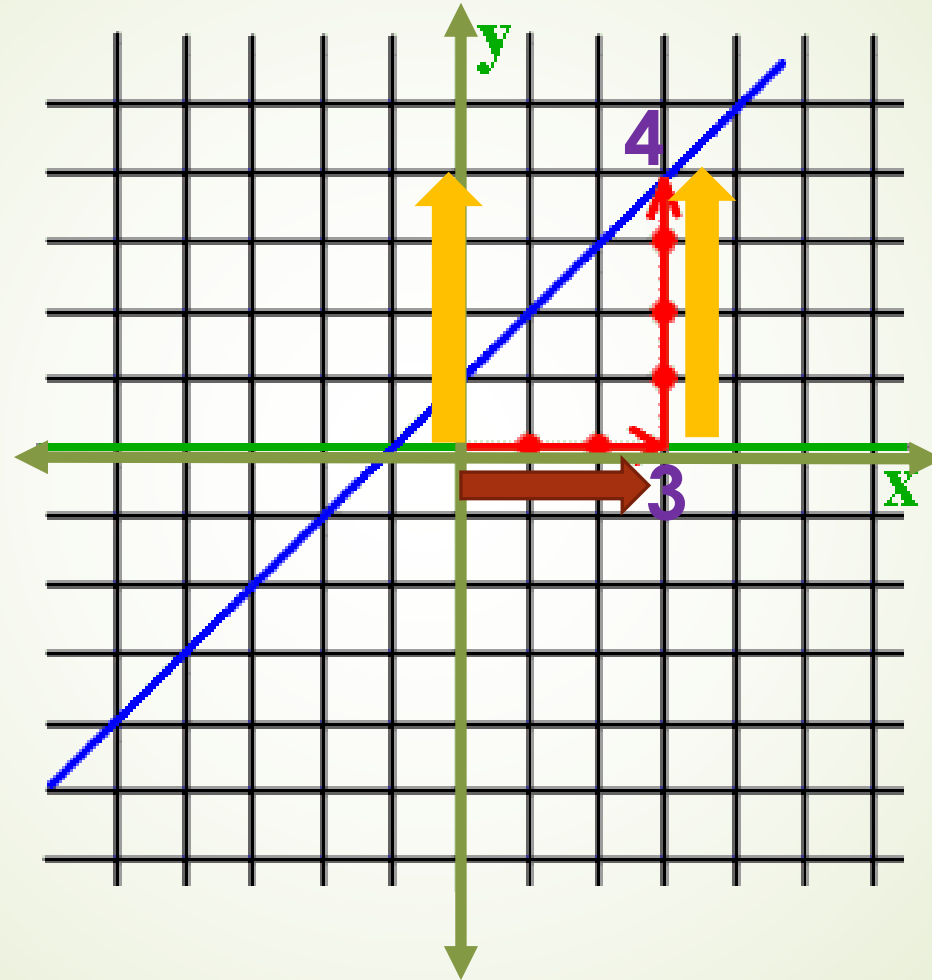


Figura 3. El **dato de entrada es conocido** y **el procesador o función (la línea)** me da y me ubica el **dato de salida que es único**.

- **Estudiante:** Entonces utilice 3 como entrada.
- **Maestro:** Con gusto. Simplemente cuento tres pasos a la derecha(+)en eje X, a partir de cero. Luego me desplazo verticalmente (hacia arriba o hacia abajo si es -) hasta encontrar la recta, y cuento los pasos que dí.
- En este caso subo: uno, dos, tres, cuatro pasos.
- ¡4 es el resultado que nos da esta función, al entrar el número 3!

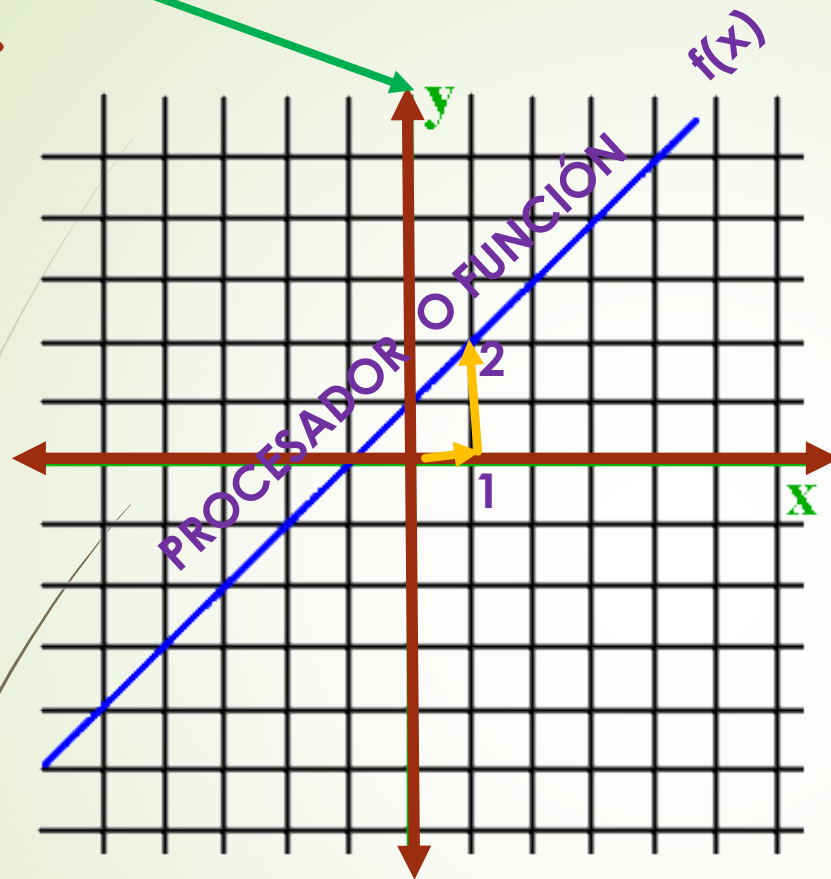
3 lo convierte en 4



- **Estudiante 1:** ¿Puedo ensayar?
- Quiero entrar 1 en la máquina de función.
- **Maestro:** claro.
- **Estudiante:** Comienzo en cero, doy un paso a la derecha, luego subo y cuento los pasos: Uno, dos. Entonces al entrar 1 la función da como resultado 2. ¿Voy bien?
- **Maestro:** Muy bien.

Datos de salida

13



¿ Quién quiere ensayar la máquina  $f(x)$  con otro número?

Figura 3. El dato de entrada es conocido 1 y el procesador o función (la línea) me da y me ubica el dato de salida que es único 2.

**Estudiante 2:** ¿Alguna vez se va a la izquierda de cero en el eje x?

14

**Maestro:** Por supuesto. Los números a la izquierda de cero se llaman números negativos. Ponemos un signo menos delante de un número para indicar que está a la izquierda de cero, o sea que es negativo.

Así mismo usamos el signo menos cuando vamos hacia “abajo” en el eje Y a partir de 0.

15

¿Quién quiere ensayar la máquina con números negativos?

**Estudiante:** Quiero entrar  $-5$  en la máquina.

Recorro 5 pasos hacia la izquierda desde cero, luego subo...no espere, debo ir hacia abajo de la recta porque si no, no la encuentro: uno, dos, tres, cuatro pasos.

**Maestro:** Entonces la función produce  $-4$  cuando el número de entrada es  $-5$ .



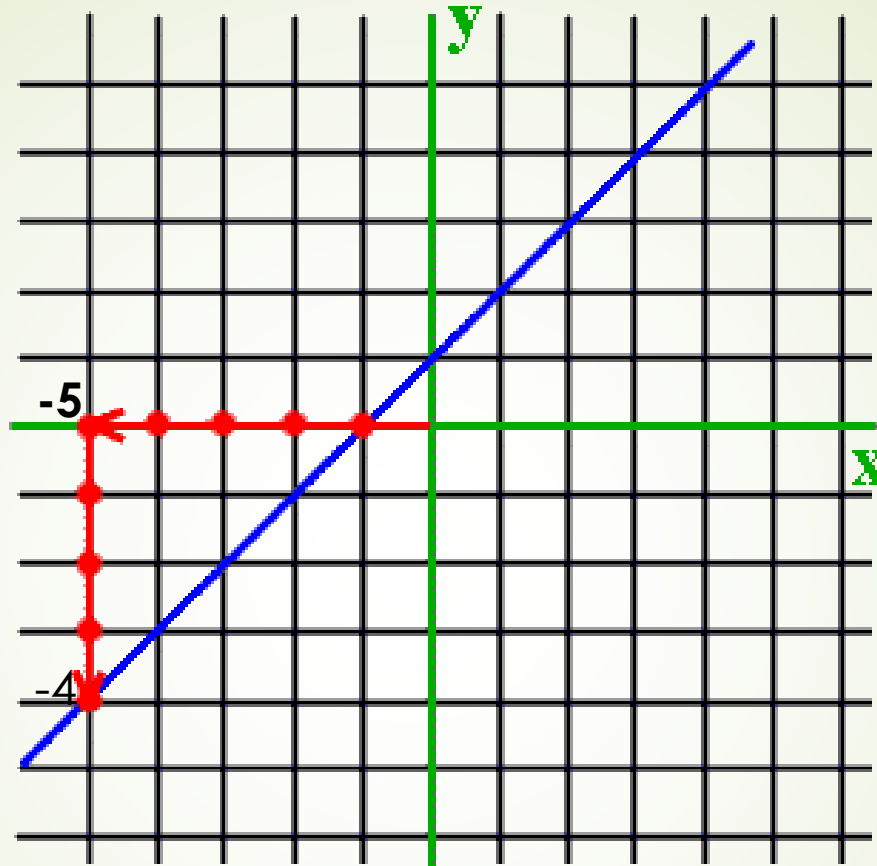
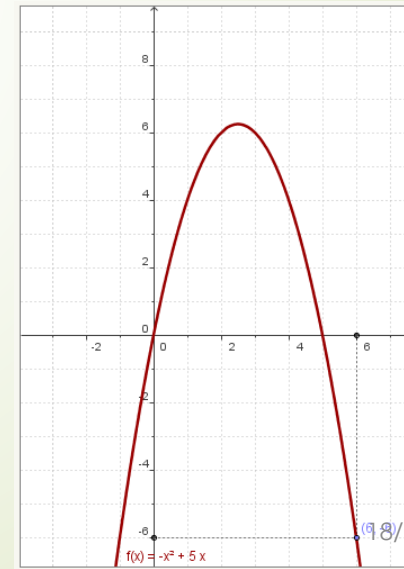
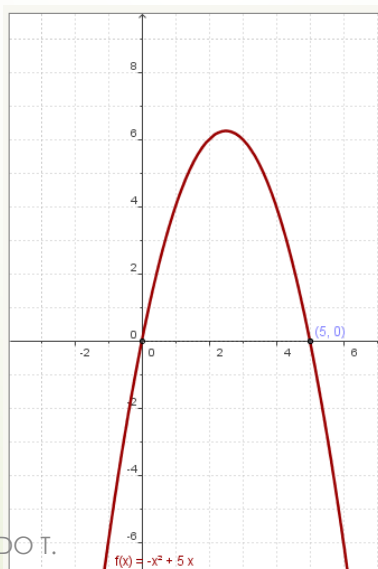
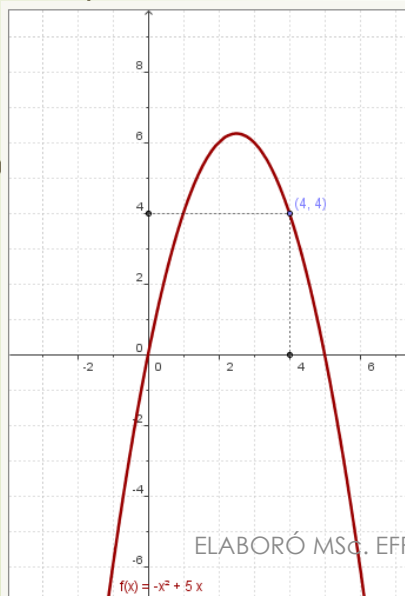
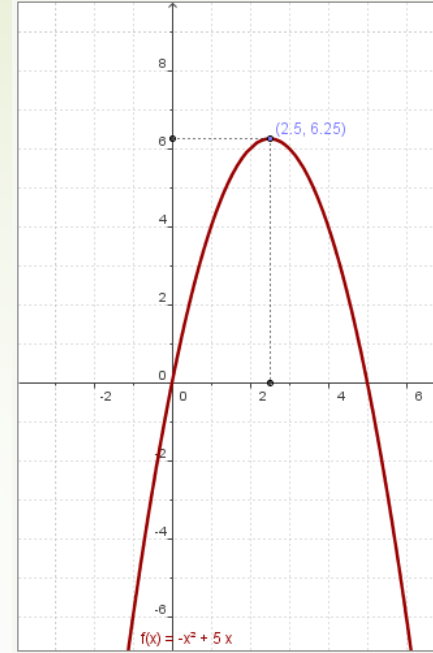
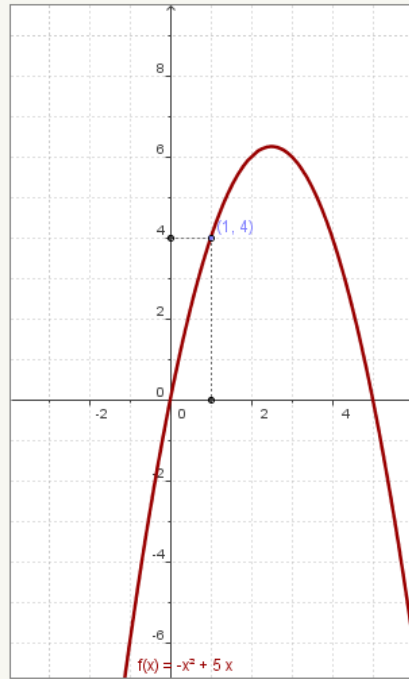
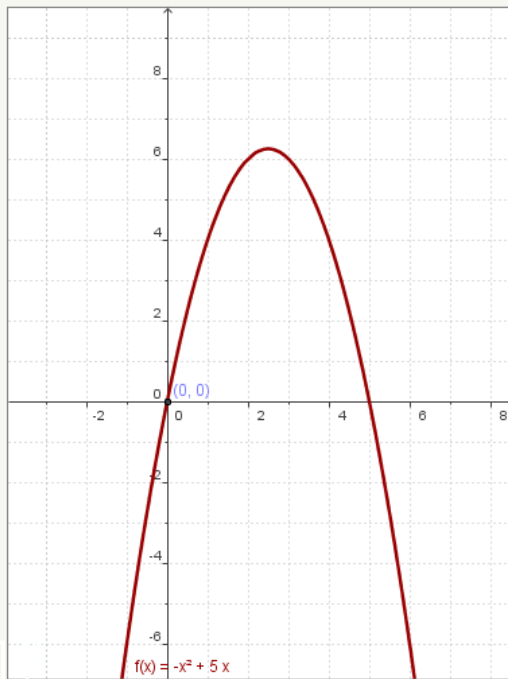


Figura 6. Si se sigue así se puede notar que esta máquina añade +1 al dato de entrada.

# Para interactuar

[http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/f2\\_cuadratica.html](http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/f2_cuadratica.html)

# Función cuadrática



ELABORÓ MSc. EFRÉN GIRALDO T.

8/08/201

También podríamos hacer lo mismo con una **fórmula**.

Lo que hace el procesador, máquina o función es sencillamente sumarle 1 al dato inicial de entrada. Por tanto nuestra fórmula será:

20



En vez de mencionar datos de entrada o de salida es más común decir la variable X y la variable Y.

Una función significa “depende de”. Este proceso lógico se aplica a todo lo que tiene **relación a un resultado o efecto sea este medible o no en forma cuantitativa.**

Decir que **Y** es **función de X** es lo mismo que decir **f(x)** y equivale a decir que **Y depende de X.**

X es la variable independiente, Y es la variable dependiente. O sea, que Y depende de X o Y es función de X. Esto se escribe matemáticamente así:

$$Y = f(x)$$

23

En la práctica no se colocan los datos de entrada aparte de los de salida como en las diapositivas anteriores, sino todo integrado:

Datos de salida iguales a  $f(x)$  iguales a la fórmula

$$Y = f(x) = X + 1$$

Con los datos de entrada y salida también se puede hacer la gráfica función o procesador.

O conociendo los de entrada y la fórmula se halla la gráfica.





25

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Slopeslider/Index.html>

- ▶ Las funciones matemáticas pueden referirse al diario vivir: el costo de una llamada telefónica depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda depende de su peso.

# Otra manera de ver una función

Una **función** ( $f$ ) es una relación entre un **conjunto** dado  $X$  (llamado **dominio**) y otro conjunto de elementos  $Y$  (llamado **codominio**) de forma que a cada elemento  $x$  del dominio le **corresponde** un único elemento  $f(x)$  del codominio.

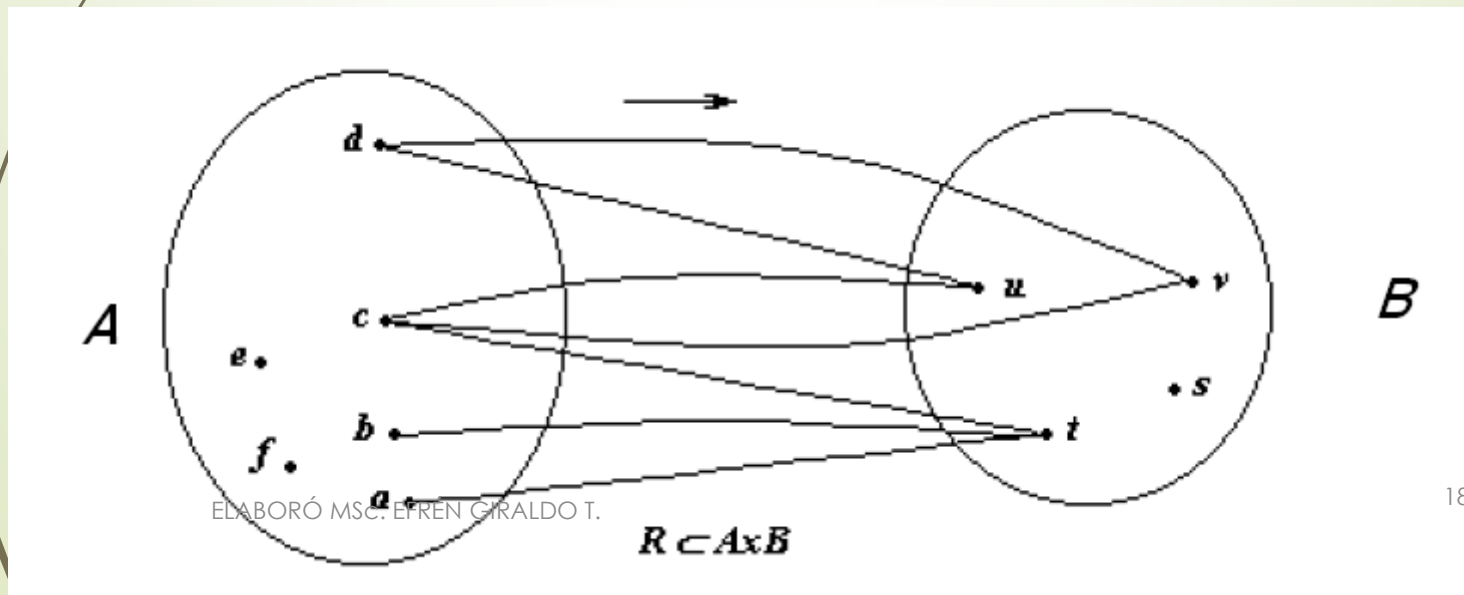
# RELACIONES

28

- **A:** Conjunto de Partida o Primer Conjunto del Producto Cartesiano
- **B:** Conjunto de Llegada o Segundo Conjunto del Producto Cartesiano

$A = \{a b c d e f\}$

$B = \{s t u v\}$



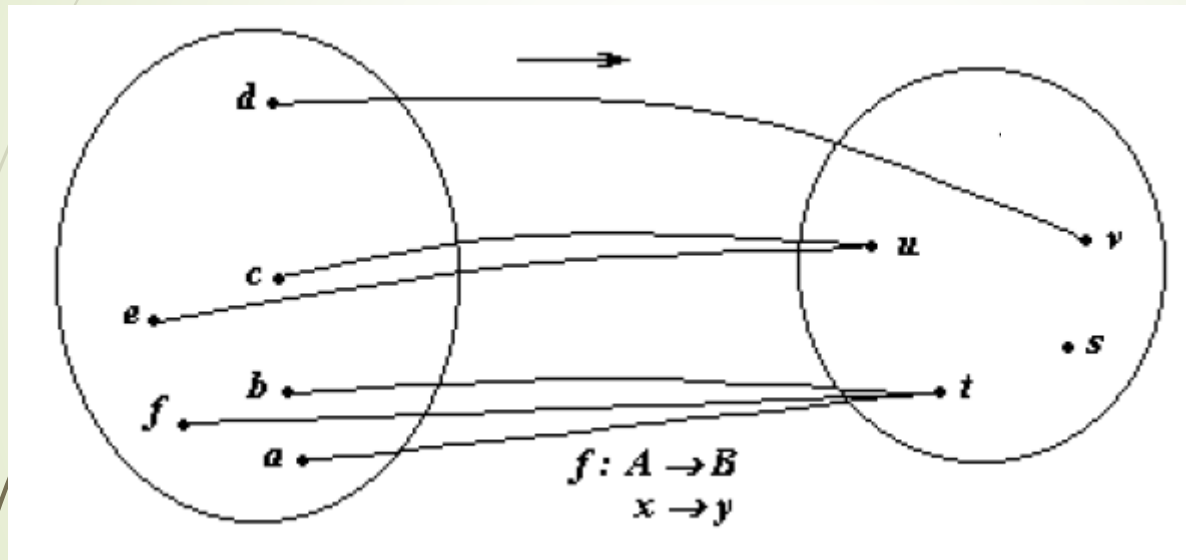
$X = \{a b c d e f\}$ 
 $Y = \{s t u v\}$ 


Figura 5. la función define que **a cada elemento del conjunto X** le corresponde **un solo elemento del conjunto Y**. No puede quedar elemento de X sin asignarle un elemento de Y. No obstante a un elemento de Y le pueden tocar dos o más de X.

► **Cuál es la regla que relaciona los números de la derecha con los de la izquierda en la siguiente lista?**

► **X                    Y**

► **1 -----> 1**

► **2 -----> 4**

► **3 -----> 9**

► **4 -----> 16**

**x -----> x<sup>2</sup>**

► **La regla es "elevar al cuadrado":**

- Para referirse a esta regla podemos usar un nombre, que por lo general es la letra  $f$  (de función).  $f$  es la regla "elevar al cuadrado el número".
- Usualmente se emplean dos notaciones:
- $x \text{ -----} \rightarrow x^2 \text{ ó } f(x) = x^2$

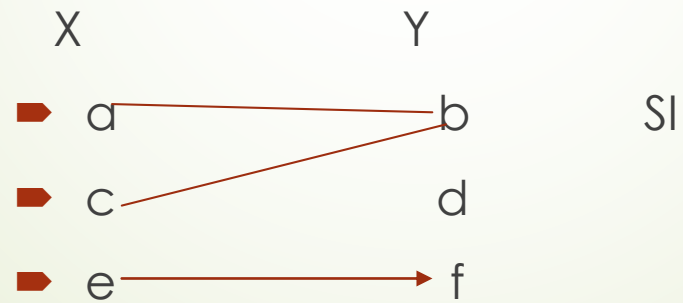
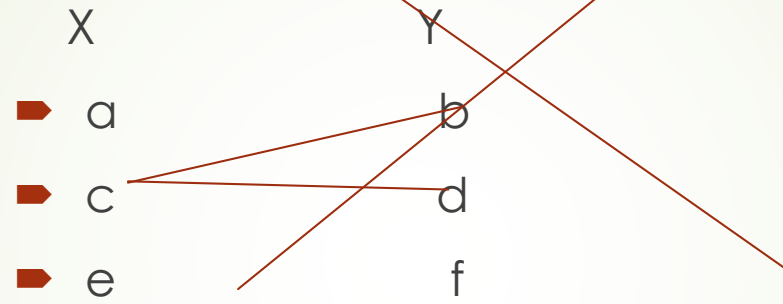
## Correspondencia entre las personas que trabajan en una empresa y su peso expresado en kilos

X	Y
➤ Marcela	55
➤ Pablo	88
➤ Sergio	62
➤ Jorge	88
➤ René	90



- Cada persona (perteneciente al conjunto X) constituye lo que se llama la **entrada o variable independiente**.
- Cada peso (perteneciente al conjunto Y) constituye lo que se llama **la salida o variable dependiente**.
- Una misma persona no puede tener dos pesos distintos .

NO



- El valor del consumo mensual de agua potable depende del número de metros cúbicos consumidos en el mes
- El valor de un apartamento depende del número de metros cuadrados construidos
- El costo de una llamada telefónica que depende de su duración
- El costo de enviar una encomienda que depende de su peso.

➤ **DEFINICIÓN DE FUNCIÓN**

➤ Una **función** es una **relación** que cumple **2 condiciones:**

➤ 1.- Estar **definida para todo elemento del Conjunto de Partida A.**

➤ 2.- Ser **Unívoca**

**Obs 1: para una función**

de cada elemento del Conjunto de partida A tiene que salir una flecha y solo una. Para una  $x$  solo una  $y$

**Con respecto** al Conjunto de Llegada B no existen restricciones. Una  $Y$  puede tener varias  $x$ .



- **Obs 2: En la definición de función existen 4 elementos:**
- **Nombre**
- **Dominio**
- **Codominio**
- **Gráfica**

Cambiando cualquiera de estos 3 Conjuntos cambia la función

# Funciones lineales

39

Todas las funciones lineales tienen como ecuación una expresión del tipo  $y=ax$ .

Esto quiere decir que si vemos ecuaciones como  $y=\frac{3}{4}x$ , ó  $y=-3x$ , ó  $y=x$ , ya sabemos que van a ser funciones lineales.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función lineal.

Lineal  $\longleftrightarrow$   $y=ax$

Son funciones lineales ...

$$y = 2x \qquad y = \frac{1}{2}x$$

$$y = -\frac{1}{3}x \qquad y = -5x$$

No son funciones lineales ...

$$y = x^2 - 3x - 4$$

$$y = -x^2 + 3 \qquad y = -3x + 1$$

$$y = \frac{7}{6}x - 2 \qquad y = -x^2$$

40 Todas las funciones afines tienen como ecuación una expresión del tipo  $y=ax+b$ .

Esto quiere decir que si encontramos ecuaciones que respondan al esquema anterior como  $y=4x+3$ , ó  $y=-3x+1$ , ó  $y=3x-5$ , ó  $y=-\frac{3}{4}x-7$ , ya sabemos que van a ser funciones afines.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función afín.

**Afin**  $\longleftrightarrow$   **$y=ax+b$**

Son funciones afines ...

$$y = -3x + 1 \quad y = \frac{7}{6}x + 3$$

$$y = -\frac{x}{2} + 1 \quad y = -x - 7$$

No son funciones afines ...

$$y = -5x \quad y = -x^2$$

$$y = -x^2 + 3 \quad y = \frac{1}{2}x$$

$$y = x^2 - 3x - 4$$



41

Las funciones cuadráticas tienen de ecuación una expresión polinómica de grado 2, es decir,  $y=ax^2+bx+c$ .

Esto quiere decir que ecuaciones del tipo  $y=4x^2+3$ ,  $y=-3x^2+5x-1$ ,  $y=3x^2$  ó  $y=-4x^2-2$  serán cuadráticas.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función cuadrática.

# Cuadrática

$$y=ax^2+bx+c$$

Son funciones cuadráticas ...

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3 \quad y = -x^2 + 5$$

$$y = x^2 - 3x - 4$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2 \quad y = -x^2$$

No son funciones cuadráticas ...

$$y = -5x \quad y = -\frac{x}{2} + 1$$

$$y = -3x + 7 \quad y = -x - 1$$

$$y = \frac{7}{6}x - 2 \quad y = \frac{1}{2}x$$

42 Todas las funciones constantes tienen como ecuación una expresión del tipo  $y=c$ .

Esto quiere decir,  $y$ ="un valor constante". Por ello, si vemos ecuaciones como  $y=-3$ , ó  $y=5$ , ó  $y=1$ , ya sabemos que van a ser funciones constantes.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función constante.

**Constante**  $\leftrightarrow$   **$y=c$**

Son funciones constantes ...

$$y = -5$$

$$y = 2$$

$$y = \frac{3}{5}$$

$$y = 4$$

$$y = 0$$

$$y = -3$$

$$y = -\frac{5}{4}$$

No son funciones constantes ...

$$y = -5x$$

$$y = -\frac{x}{2} + 1$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$$

$$y = -x - 1$$

$$y = -x^2 + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

# Examen de Funciones Lineales

Relaciona cada función con su gráfica

Lleva la flecha de cada ecuación a la gráfica correspondiente

43

$$y = x$$

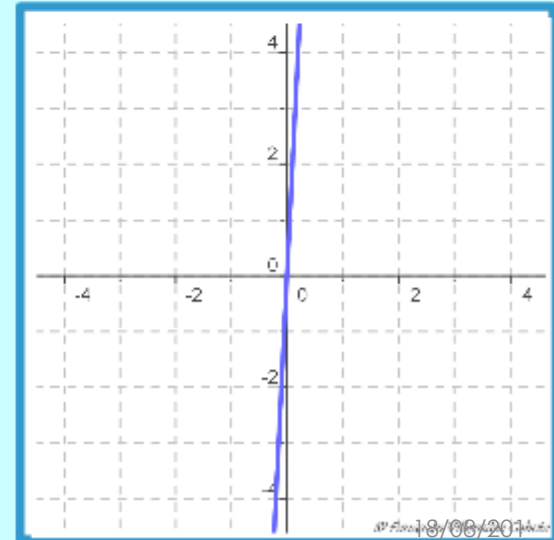
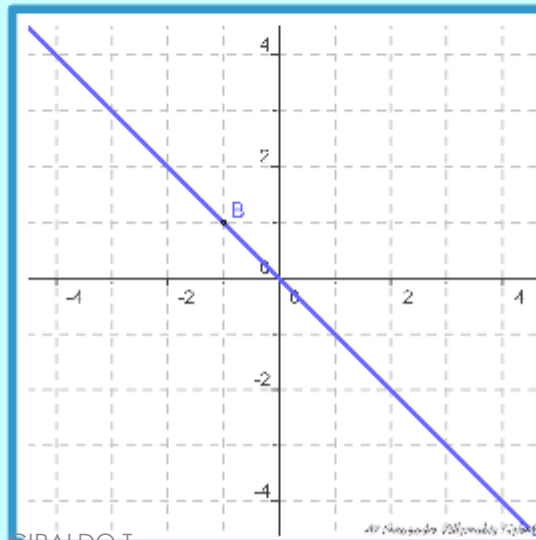
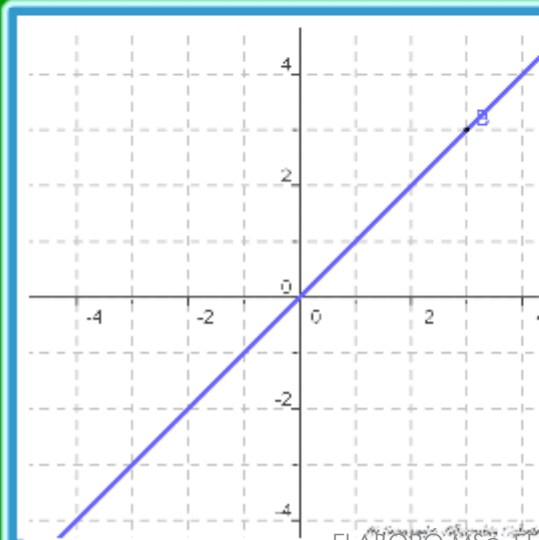
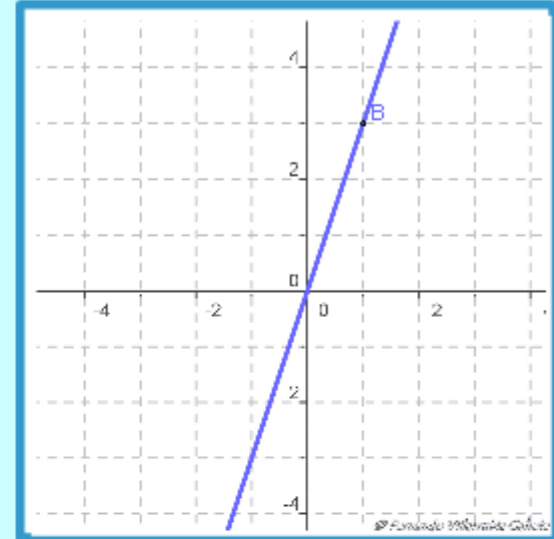
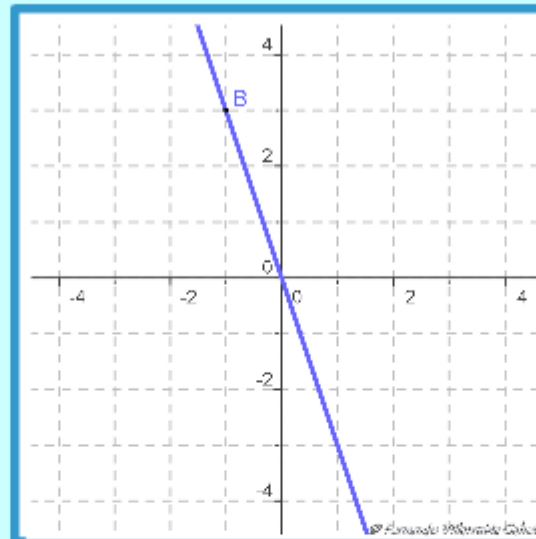
$$y = -x$$

$$y = -3x$$

$$y = 3x$$

$$y = 20x$$

Ayuda



ELABORÓ MSc. EFRÉN GIRALDO T.

18/08/2014

18/08/2014

# Examen de Funciones Lineales, Afines y Cuadráticas

Relaciona cada función con su gráfica

Lleva la flecha de cada ecuación a la gráfica correspondiente

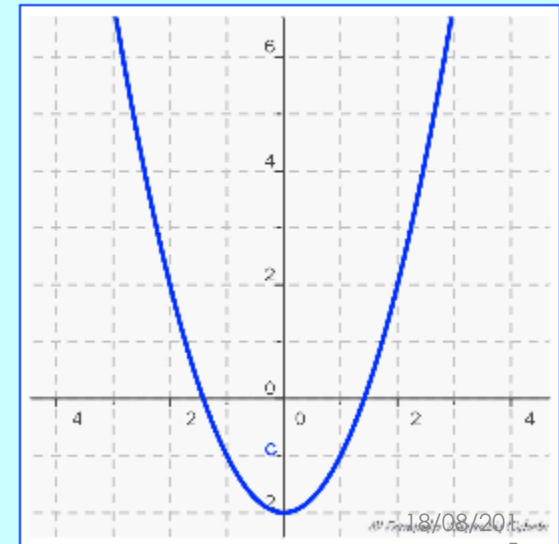
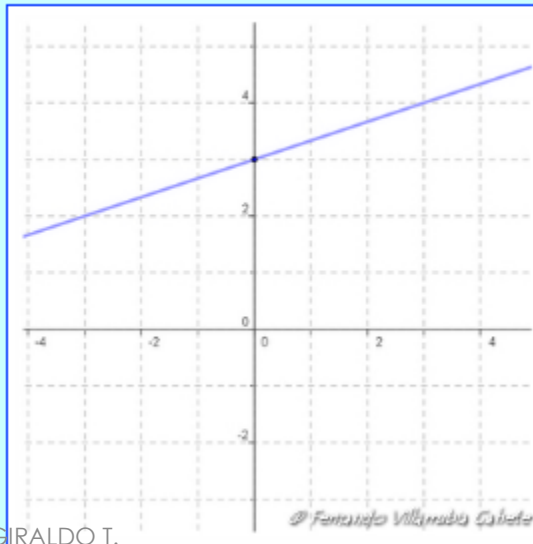
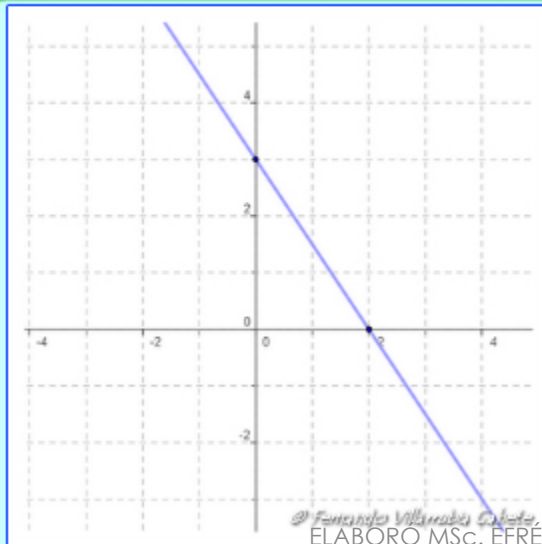
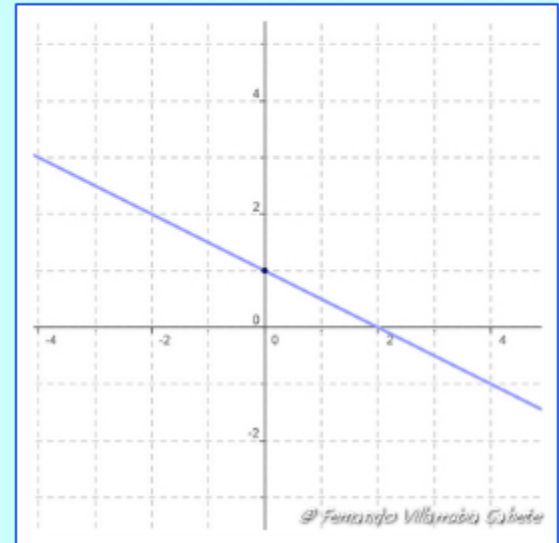
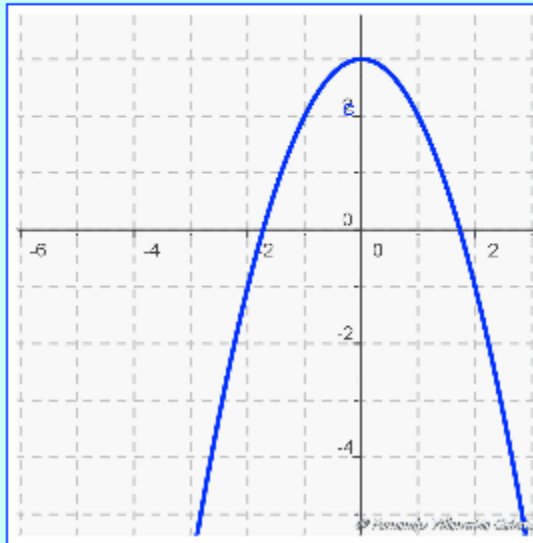
$$y = \frac{1}{3}x + 3$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$y = -x^2 + 3$$

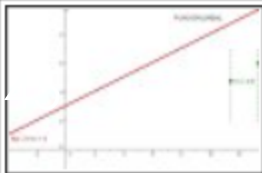
$$y = x^2 - 2$$

$$y = -\frac{x}{2} + 1$$

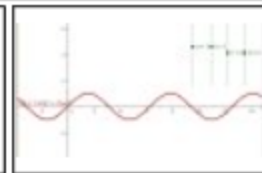


ELABORO MSc. EFREN GIRALDO T.

18/08/201



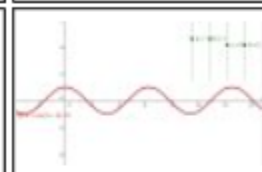
Función de proporcionalidad  
Función afín



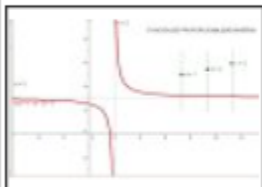
Función seno



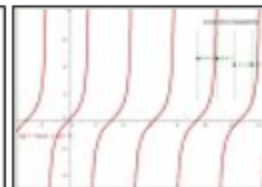
Función cuadrática:  
caso 1  
caso 2



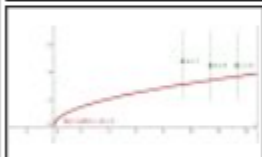
Función coseno



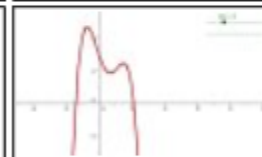
Función de proporcionalidad  
inversa



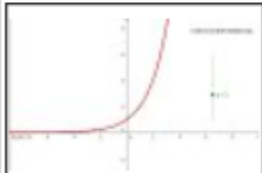
Función tangente



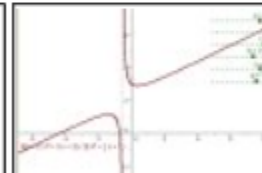
Función irracional



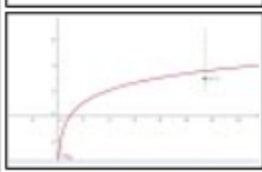
Función polinómica



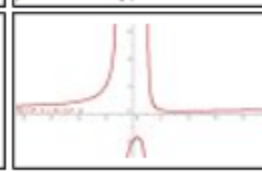
Función exponencial



Función racional



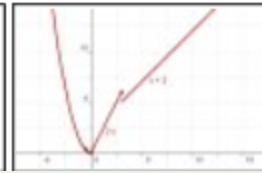
Función logarítmica



Cualquier función

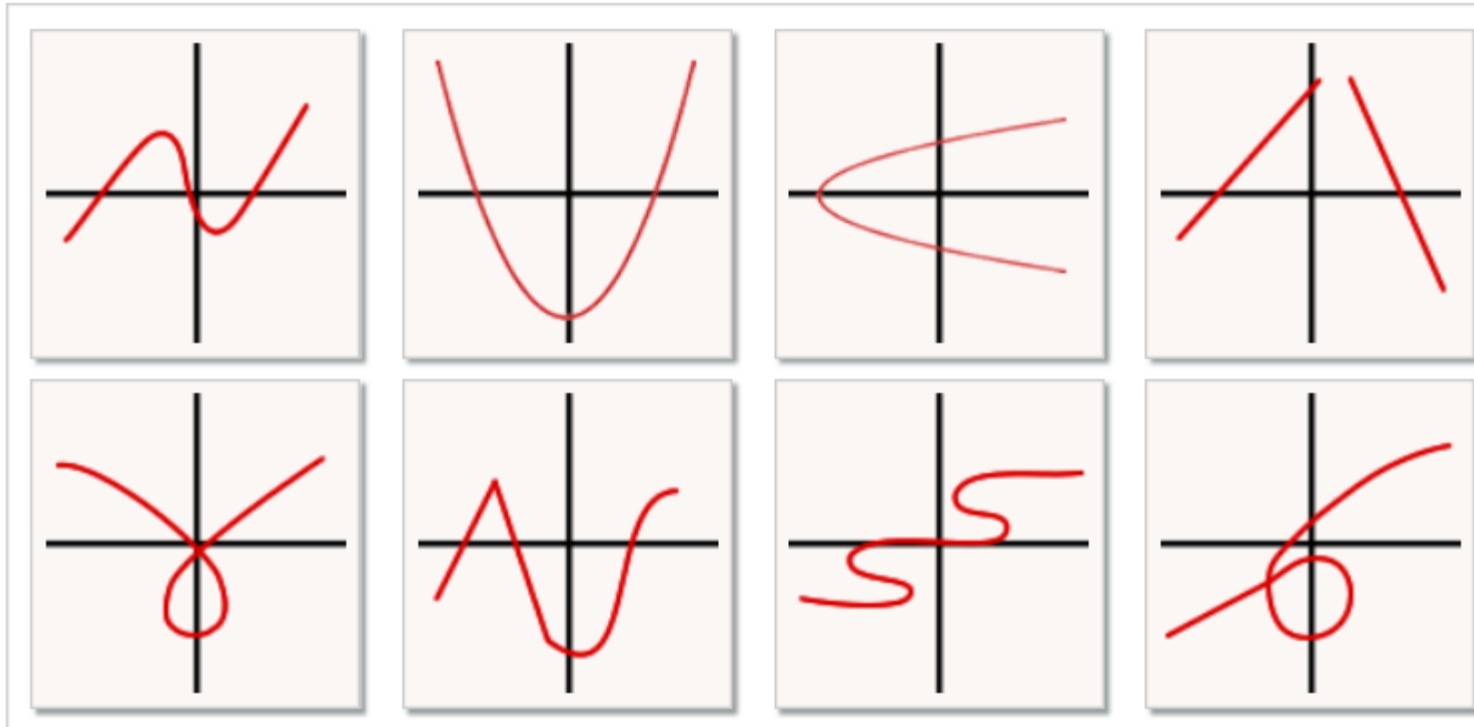


ELABORÓ MSc. EFRÉN GIRALDO T.



Función a trozos:  
con 2 trozos  
con 3 trozos

# ¿Funciones o no?



- ▶ [https://pf.kizoa.com/i-Contact/hmenuc2.jsp?rmode=0&phpsession=&lang=es-es&country=CO&\\_\\_utma=1.1159674607.1330694253.1330694253.1330694253.1&\\_\\_utmb=1.2.10.1330694253&\\_\\_utmc=1&\\_\\_utmz=1.1330694253.1.1.utmcsr=meriyo.jimdo.com|utmccn=\(referral\)|utmcmd=referral|utmctt=/presentaciones-para-tu-web&\\_\\_utmv=1.www.kizoa.es\\_INDEX\\_A\\_S8\\_1&\\_\\_utmz=211566357](https://pf.kizoa.com/i-Contact/hmenuc2.jsp?rmode=0&phpsession=&lang=es-es&country=CO&__utma=1.1159674607.1330694253.1330694253.1330694253.1&__utmb=1.2.10.1330694253&__utmc=1&__utmz=1.1330694253.1.1.utmcsr=meriyo.jimdo.com|utmccn=(referral)|utmcmd=referral|utmctt=/presentaciones-para-tu-web&__utmv=1.www.kizoa.es_INDEX_A_S8_1&__utmz=211566357)
- ▶ <http://i-matematicas.com/blog/2008/10/15/funciones-elementales-interactivas/>
- ▶ <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/>