

ECUACIONES

ECUACIONES LINEALES

Elaboró Ing. Efrén Giraldo T.

- **Igualdad**
- Una **igualdad** se compone de dos expresiones unidas por el signo igual.

- Una ecuación es una igualdad que se cumple para algunas letras o variables.

$$2x = x + 5$$

$$x=5$$



- **Identidad**

- Una identidad es una igualdad que es cierta para cualquier valor de las letras.

- Ejemplo $2x + 2 = 2 \cdot (x + 1)$

- $2x + 2 = 2x + 2$

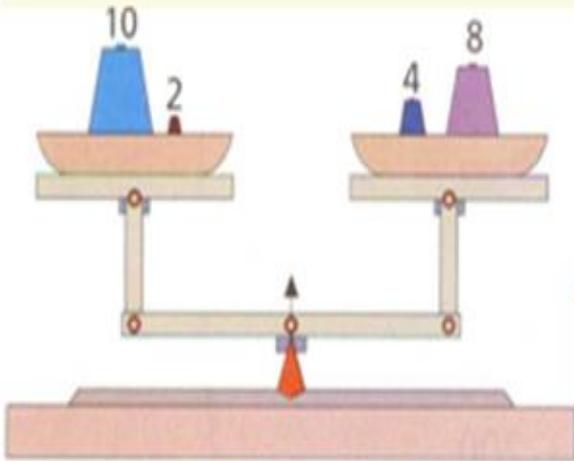
- $2 = 2$ se cumple $X=2$

- $X=3,4,\dots$

Una ecuación es como una balanza: debe haber un equilibrio en ambos lados



<http://www.radioed.com.co/wp-content/media/Justicia-balanza-Ingimage.jpg>



Elaboró ingeniero Efrén Giraldo

La balanza está equilibrada.

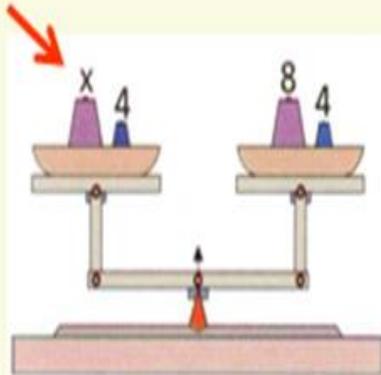
$$10 + 2 = 4 + 8$$

Tenemos una igualdad numérica

Una **igualdad numérica** se compone de dos expresiones numéricas iguales unidas por el signo igual (=).

Toda igualdad tiene **dos miembros**. El primero a la izquierda del signo igual, y el segundo a la derecha.

$$\underbrace{10 + 2}_{1^{\text{er}} \text{ miembro}} = \underbrace{4 + 8}_{2^{\circ} \text{ miembro}}$$



Esta segunda balanza también está en equilibrio; aunque un peso es desconocido: le llamamos x

Se tendrá la igualdad: $x + 4 = 8 + 4$

Esta igualdad se llama **ecuación**. La letra x es la **incógnita**.

Una **ecuación** es una igualdad en cuyos miembros hay letras y números relacionados por operaciones aritméticas.

La **incógnita** es la letra cuyo valor se desconoce.

Ecuaciones equivalentes

- **Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.**
- $2x - 3 = 3x + 2$
- $x = -5$
- $x + 3 = -2$
- $x = -5$

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o se les resta una misma cantidad, la ecuación segunda es equivalente a la dada.
- $x + 3 = -2$
- $x + 3 - 3 = -2 - 3$
- $x = -5$

- Si a los dos miembros de una ecuación se les multiplica o se les divide una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada.
- $5x + 10 = 15$
- $(5x + 10) / 5 = 15 / 5$
- $x + 2 = 3$
- $x = 3 - 2$
- $x = 1$

Propiedades de las ecuaciones

Propiedad 1: Cuando se suma o resta un número a ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.

Propiedad 2: Cuando se multiplica o divide por un mismo número, distinto de cero, en ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.

- **Propiedad 3:** Cuando se eleva a una potencia distinta de cero ambos miembros de la igualdad, la igualdad se mantiene.
- **Propiedad 4:** Cuando se extrae la misma raíz, en ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.

- Todo un lado de una ecuación se puede multiplicar por un termino con tal de que el otro lado también se multiplique por el mismo término. O lo que es lo mismo:
- Cada uno de los términos de una ecuación se pueden multiplicar por otro término y la ecuación no se altera.
- Cada uno de los términos de una ecuación se pueden dividir por otro término y la ecuación no se altera.
- Si todo el lado izquierdo de una ecuación esta dividido por un término y todo el lado derecho de una ecuación está dividido por otro término se pueden multiplicar en cruz de la manera siguiente:

Tipos de ecuaciones

En cualquier ecuación siempre participan **letras** y **números**.

Ecuación de una sola variable: es aquella en que participan números y **un solo tipo de letra** que representa a la incógnita.

$$\text{Ej: } 2x + 37 = 8x + 19$$

Ecuación de dos o más variables: es aquella en la cual participan **una o más letras** o variables:

$$\text{Ej: } (2x + y) = y^2 + (x - a)$$

Otros Tipos de ecuaciones

Lineales

Cuadráticas

Cúbicas

Exponenciales

Logarítmicas.

Ecuaciones de primer grado de una variable y lineales

- *Cuando el mayor grado con que figura la incógnita es el primero ó 1*
- **$2x + 5 = 11$**

Ecuaciones lineales	Ecuaciones no lineales
$4x - 5 = 3$	$x^2 + 2x = 8$ No lineal; contiene el cuadrado de la variable
$2x = \frac{1}{2}x - 7$	$\sqrt{x} - 6x = 0$ No lineal, contiene la raíz cuadrada de la variable
$x - 6 = \frac{x}{3}$	$\frac{3}{x} - 2x = 1$ No lineal, contiene el recíproco de la variable

Resolución de una ecuación

- En una ecuación uno o ambos lados pueden contener variables.
- **Se trata de dejar solo la variable en un lado de la ecuación y los términos independientes en el otro lado**
- Resolver una ecuación consiste en hallar los valores de la **variable** que hacen cierta la igualdad.

Ecuaciones con paréntesis

- Quitamos los paréntesis con la regla del producto.

$$-3(2x + 1) + 5 \cdot (-x + 6) = 7$$

$$-6x - 3 - 5x + 30 = 7$$

Agrupamos términos semejantes

Resolvemos según se vio.

$$-6x - 5x = 7 - 30 + 3$$

$$-11x = -20 \Rightarrow$$

$$x = \frac{20}{11}$$

- Caso: una fracción a la izquierda y otra a la derecha

$$\frac{x-1}{2} = \frac{4x-5}{3}$$

$$\frac{x-1}{2} \times \frac{4x-5}{3}$$

•Podemos multiplicar en cruz de esta manera

$$3(x-1) = 2(4x-5)$$

- Y resolvemos como hasta ahora

$$3x-3 = 8x-10 \Rightarrow 3x-8x = -10+3$$

$$-5x = -7 \Rightarrow x=7/5$$

Ejemplo

$$(8x - 2)(3x + 4) = (4x + 3)(6x - 1)$$

$$24x^2 + 32x - 6x - 8 = 24x^2 - 4x + 18x - 3$$

$$26x - 14x = -3 + 8$$

$$12x = 5$$

$$x = \frac{5}{12}$$

$$4(3x + 2) - 8 = 5(2x + 3) + 5$$

$$15x - 40 - 5x - 20 = 0$$

$$16 - (-2x - 4) - (5x - 3x + 2) = -4x - (-8x + 2)$$

$$-(7x - 2 + 12) + (-5x - 3x + 4) = -(-x + 7) - (6x - 4 - 7)$$

Bibliografía

- Algebra con papas. SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA THALES. José Antonio Ortega
- http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesdiegogaitan/departamentos/departamentos/departamento_de_matemat/recursos/algebraconpapas/recurso/tests/segundogrado/clasificacion/clasificacionteoria.htm
- Politécnico Grancolombiano. (2011). Ecuaciones de primer grado. Tomado el 20 de agosto de 2011 de: <http://www.authorstream.com/Presentation/migv-125432-ecuaciones-de-primer-grado-ec1grado-entertainment-ppt-powerpoint>
- Educarchile. (2011). Problemas con ecuaciones de primer grado. Tomado 23 agosto de 2011 de: <http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=179845>
- Tomado el 29 de III 2011 de : http://media.educ.ar/skooool/algebra/resolucion_de_ecuaciones_de_segundo_grado/launch.html
- Stewar et all. (2007. Precalculo.