



INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO
Facultad de Artes y Humanidades

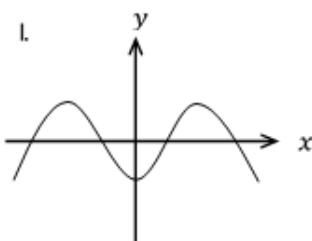
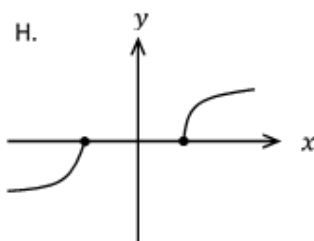
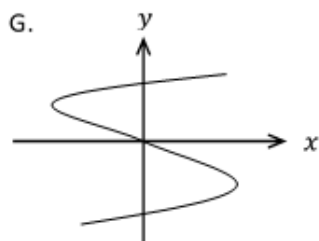
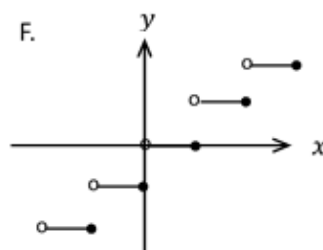
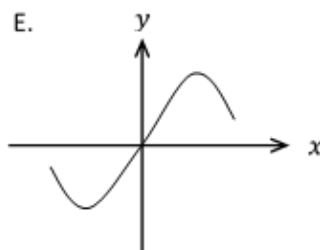
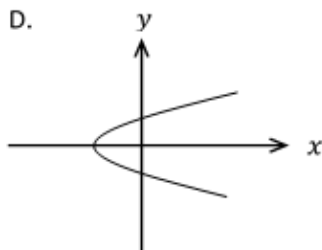
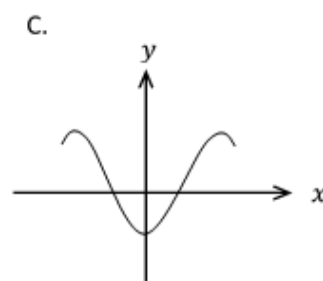
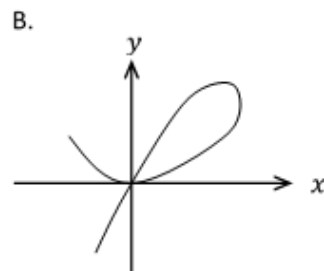
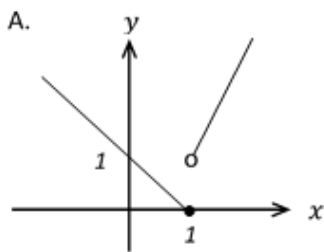
Taller 1

PREPARADO POR:
Sergio Alberto Alarcón Vasco. DTC
María Cristina González Mazuelo. DTC.

Funciones Reales

I. EJERCICIOS

1. Dadas las siguientes gráficas determine cuáles representan a funciones de x :



2. Para cada una de las siguientes funciones, determinar: $f(-1)$; $f(0)$; $f\left(\frac{2}{3}\right)$; $f(-2a)$; $f(1-x)$; $f(x+h)$:

a. $f(x) = 5x + 4$

e. $f(x) = \sqrt{x-2}$

b. $f(x) = x^3 + 1$

f. $f(x) = \log(1-x)$

c. $f(x) = 3x^2 - x$

g. $f(x) = e^{-x}$

d. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

h. $f(x) = \text{sen}(\pi x)$

3. Dadas las siguientes funciones determine los valores de x para los cuales $f(x) = 0$

a. $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}$

d. $f(x) = \sqrt{x-33} - 2x$

b. $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$

e. $f(x) = \ln(2x+3)$

c. $f(x) = \frac{2x+1}{x}$

f. $f(x) = \cos x$

4. Use la gráfica de la función dada a continuación para determinar los valores de:

a. $f(1) =$

d. $f(-2) =$

g. $f(2) =$

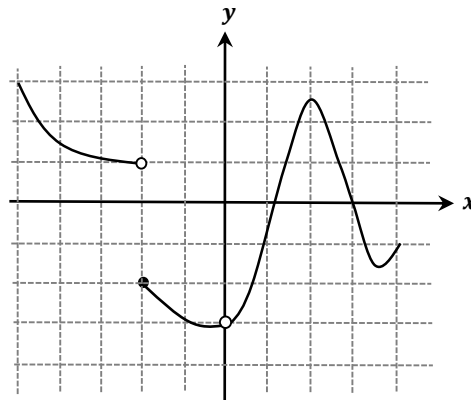
b. $f(-1) =$

e. $f(3) =$

h. $f(4) =$

c. $f(-5) =$

f. $f(0) =$



5. De acuerdo con la gráfica del numeral anterior encontrar los valores de x para los cuales se cumple que:

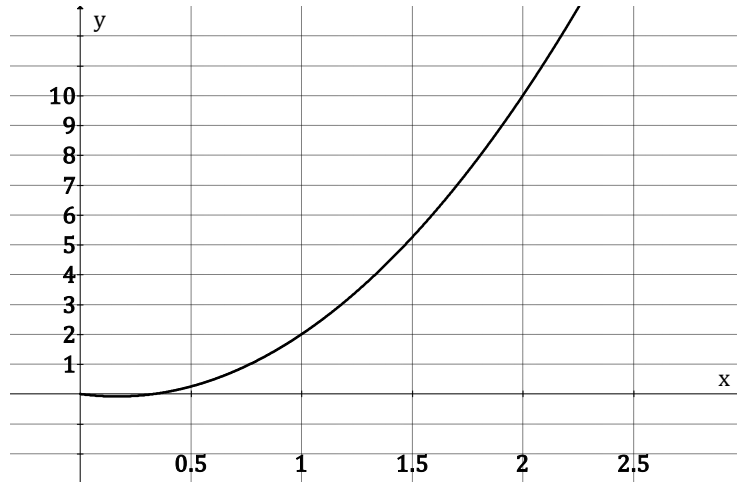
a. $f(x) = 2$ para $x < 0$

b. $f(x) = 0$ para todo x en el dominio de la función.

c. $f(x) = 1$ para x en el intervalo $(1,2)$

d. $f(x) = -1$ para $x \geq 1$

6. El gráfico siguiente representa la corriente eléctrica, $i(t)$, que se distribuye a través de un tramo de un circuito eléctrico en un tiempo t ; donde $i(t)$ se expresa en Amperes (A), y t en segundos (s).



De acuerdo con la información que se da en el gráfico, responder lo siguiente:

- ¿Cuál es la corriente en el circuito cuando han pasado 2 s?
- Entre 1.75 s y 2.25 s, ¿cuáles son los valores mínimo y máximo alcanzados por la corriente?
- ¿Después de cuántos segundos la corriente en el circuito alcanza los 2 A?
- ¿Para qué intervalo de tiempo la corriente se encuentra entre los 0 A y los 4 A?

7. La velocidad v del sonido en $\frac{\text{pies}}{\text{seg}}$ a una temperatura T en $^{\circ}K$ está dada por:

$$v(T) = 1087 \sqrt{\frac{T}{273}}$$

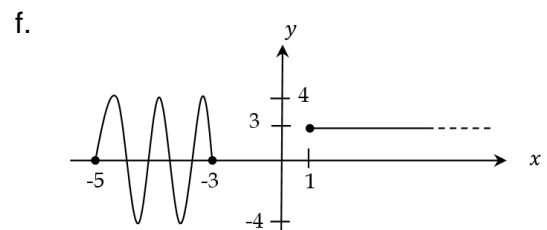
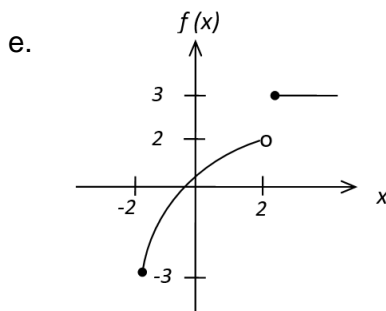
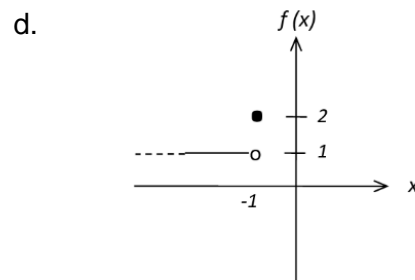
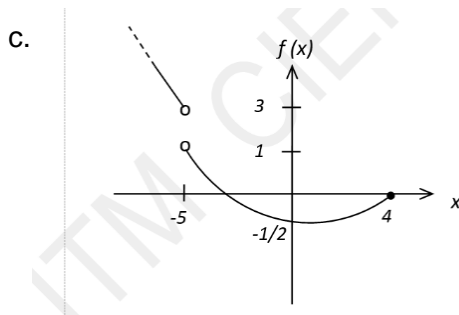
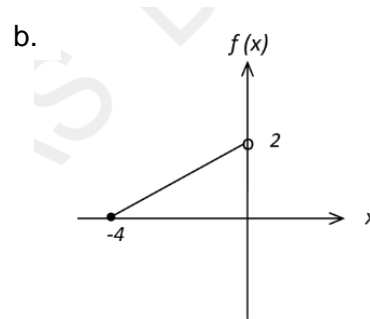
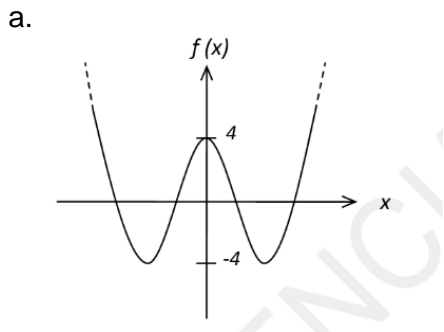
Sustentado en el modelo matemático responda:

- Especifique cuál es la variable independiente y cuál la dependiente
- ¿Cuál será la velocidad del sonido para una temperatura de $303^{\circ}K$?
- ¿A qué temperatura la velocidad del sonido sobrepasará los $1100 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$?
- ¿En el contexto del problema qué significado tiene $v(290)$?

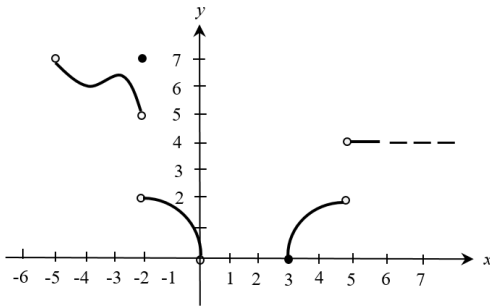
8. La corriente eléctrica que se distribuye a través de un tramo de un circuito eléctrico viene determinada por la función $i(t) = 3t^2 - t$, donde $i(t)$ se expresa en Amperes (A), y t es el tiempo, expresado en segundos (s).

- Calcular la corriente que pasa por dicho tramo, a los 1.5 s.
- ¿En qué momento la corriente es de 4 A?

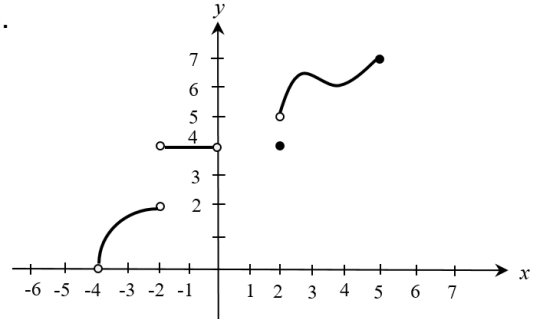
9. Hallar el dominio y el rango a partir de la gráfica de cada una de las funciones que se presentan a continuación:



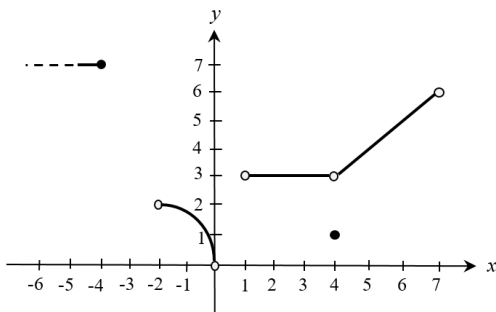
g.



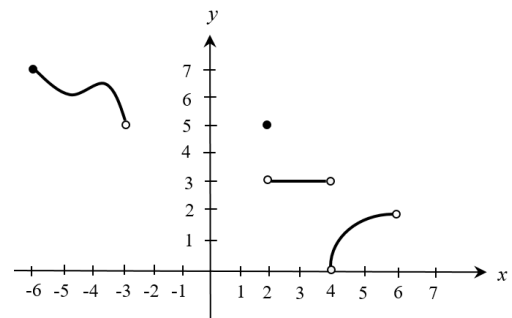
h.



i.



j.



10. Encontrar el dominio de cada una de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \frac{2}{4-3x+x^2}$

b. $g(x) = \sqrt{3-6x}$

c. $h(x) = 3x^4 - 6x^2 + 2x - 3$

d. $y = \frac{x^2-2x+1}{5-x}$

e. $f(x) = \frac{2-x^3}{\sqrt{9-x^2}}$

f. $y = \sqrt{x^2 - 5x}$

g. $h(t) = \ln(5t + 10)$

h. $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{3x^2-13x+14}$

i. $g(x) = \sqrt[3]{x^2 + 5x + 6}$

j. $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

k. $y = \sqrt[4]{\frac{7-x}{4x^2+2x-20}}$

l. $f(t) = \sqrt[7]{\frac{2t-3}{t^2+t-20}}$

m. $g(x) = \tan x$

n. $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{x-x^3}}$

o. $y = \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

p. $g(x) = \log\left(\frac{1-x^2}{3x^2-5x+2}\right)$

q. $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{4-x^2}$

t. $h(x) = \frac{\log_2(x+4) \cdot \sqrt{x-3}}{\sqrt[4]{x-2}}$

r. $p(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{\sqrt[6]{x^2-x-6}}$

u. $f(x) = \frac{\log(x-4)}{\sqrt{6x^2+x-15}} - \frac{1}{x^2-4}$

s. $g(t) = \frac{\sqrt{2t^2+3t-2}}{\sqrt[5]{t^2-4t}}$

11. Para cada uno de los pares de funciones que se dan a continuación, encontrar:

$(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(fg)(x)$ y $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

a. $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = 4x^2 - 3x + 1$

b. $f(x) = \sqrt{2-x}$ y $g(x) = \sqrt{x^2-2}$

c. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$ y $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

d. $f(x) = \frac{2x}{x-4}$ y $g(x) = \frac{x}{x+5}$

12. Sea $f(x) = \sqrt{x-1}$ y $g(x) = 9 - x^2$. Encuentre el dominio de:

a. $f - g$

b. $\frac{f}{g}$

c. $\frac{g}{f}$

13. Para cada uno de los pares de funciones que se muestra a continuación, hallar:

$(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$, $(f \circ f)(x)$ y $(g \circ g)(x)$.

a. $f(x) = \ln x$ y $g(x) = e^x$

b. $f(x) = x^2$ y $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

c. $f(x) = \frac{1}{x+1}$ y $g(x) = \frac{x}{x-2}$

d. $f(x) = x^2 - 9$ y $g(x) = \sqrt{x+5}$

e. $f(x) = \tan x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$

f. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ y $g(x) = \frac{x-5}{x+4}$

14. Si $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ y $g(x) = \sqrt{2-x}$ determine:

a. $f(g(x))$

d. $(gog)(1)$

b. $g(f(0))$

e. $(fog)(-x)$

c. $f(g(2))$

15. Sean $f(x) = \frac{x}{3-x}$ y $g(x) = \sqrt{x}$ Determine el dominio de fog .

16. Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{4x^2+6x+9}$ y $g(x) = \log_2 x$ hallar gof y determine su dominio.

17. Cada una de las funciones que se dan a continuación son funciones compuestas. Encontrar las funciones que las componen y comprobar que la composición de dichas funciones es la función compuesta dada.

a. $F(x) = \sqrt[5]{x^2 - 5x + 7}$

d. $Q(t) = 9(t^2 + 2t - 5)^2$

b. $G(x) = e^{5x-8}$

e. $H(x) = \sec(x^2 - 5) + \tan(x^2 - 5)$

c. $T(x) = \operatorname{sen}^3 x$

f. $P(t) = \log(t - 5) - (t - 5)^2 + 3^{t-5}$

18. Encontrar la inversa de cada una de las funciones que se dan a continuación, e indicar si dicha inversa es o no es función:

a. $y = 2x - 8$

d. $h(x) = \log(x - 5)$

b. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

e. $f(t) = e^{(t-2)}$

c. $g(x) = x^3 + 6$

f. $g(t) = \frac{3t-4}{t-5}$

19. Demuestre que $g(x) = \sqrt[3]{\log x}$ es la función inversa de $f(x) = 10^{x^3}$

20. Encuentre las intersecciones con los ejes cartesianos de la gráfica de las funciones dadas a continuación en caso de haberlas:

a. $f(x) = \frac{1}{3}x - 6$

c. $g(x) = 8x^3 - 1$

b. $y = 2x^2 + 11x + 12$

d. $h(x) = x^3 + 4x^2 - 12x$

e. $y = x^4 - 16$

g. $y = \frac{3}{2}\sqrt{4 - x^2}$

f. $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-9}$

Sugerencia: Verifique sus respuestas efectuando las gráficas de dichas funciones utilizando cualquier software de graficar disponible para dispositivos móviles o PC. Se recomienda el programa “Graph.(Plotting of mathematical functions)” para PC, el cual puede descargar en el siguiente link: <https://www.padowan.dk/download/>

21. Use las siguientes graficas de $y = f(x)$ que se presentan a continuación para graficar:

a. $y = f(x) + 2$

d. $y = f(x - 5)$

g. $y = 2f(x)$

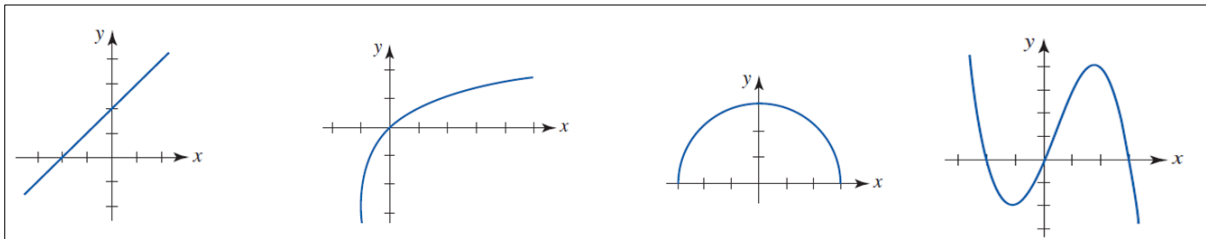
b. $y = f(x) - 1$

e. $y = -f(x)$

h. $y = \frac{1}{2}f(x)$

c. $y = f(x + 3)$

f. $y = f(-x)$



Gráficas tomadas de los ejercicios del libro: ZILL G., Dennis. Cálculo con geometría analítica. México: Grupo editorial Iberoamérica, 1987. Pág.19

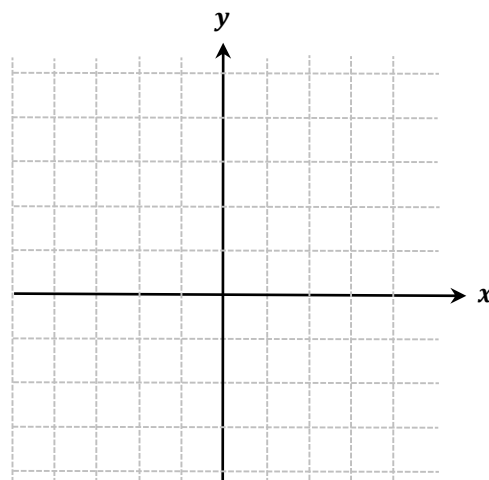
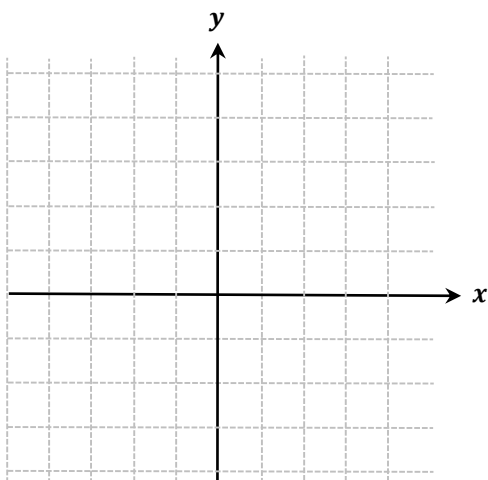
22. Encuentre la expresión analítica final después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de $y = f(x)$. Sugerencia: realice primero la gráfica de $f(x)$

a. La gráfica de $f(x) = x^3$ desplazada 5 unidades hacia arriba y una unidad a la derecha

b. La gráfica de $f(x) = x^2$ reflejada en el eje x y luego desplazada 7 unidades hacia la izquierda

c. La gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ reflejada en el eje y y luego desplazada 3 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia abajo

23. Teniendo como referencia la gráfica de $f(x) = x^2$ mostrada a continuación, realice en el plano cartesiano del frente la gráfica de $-f(x + 1) + 3$



Bibliografía de referencia

ALARCÓN, S. GONZÁLEZ, M. *Módulos de Trabajo Independiente: Matemáticas básicas*. Proyecto Hurón. Facultad de Artes y Humanidades. Medellín, Colombia: ITM, 2015.

ALVAREZ, R. CASTAÑO, H. RUA, J. *Matemáticas Básicas*. Segunda edición. ECOE Ediciones Ltda. Universidad de Medellín. Medellín, 2009.

DEMANA, F. WATTS, J. *Precálculo. Gráfico, numérico, algebraico*. Séptima edición. Editorial Pearson Educación. México, 2007.

MILLER, C. VERN, H. *Matemática: Razonamiento y Aplicaciones*. Octava edición. Editorial Pearson Educación. México, 1999.

SWOKOWSKI, E. COLE, J. *Álgebra y Trigonometría con geometría analítica*. Undécima edición. Editorial Thomson. México, 2006.

STEWART, J. LOTHAN, R. SALEEM, W. *Precálculo*. Quinta edición. Editorial Thomson. México, 2007.

ZILL, D. DEWAR, J. *Algebra, trigonometría y geometría analítica*. Tercera edición. Editorial Mc Graw Hill. México, 2012.