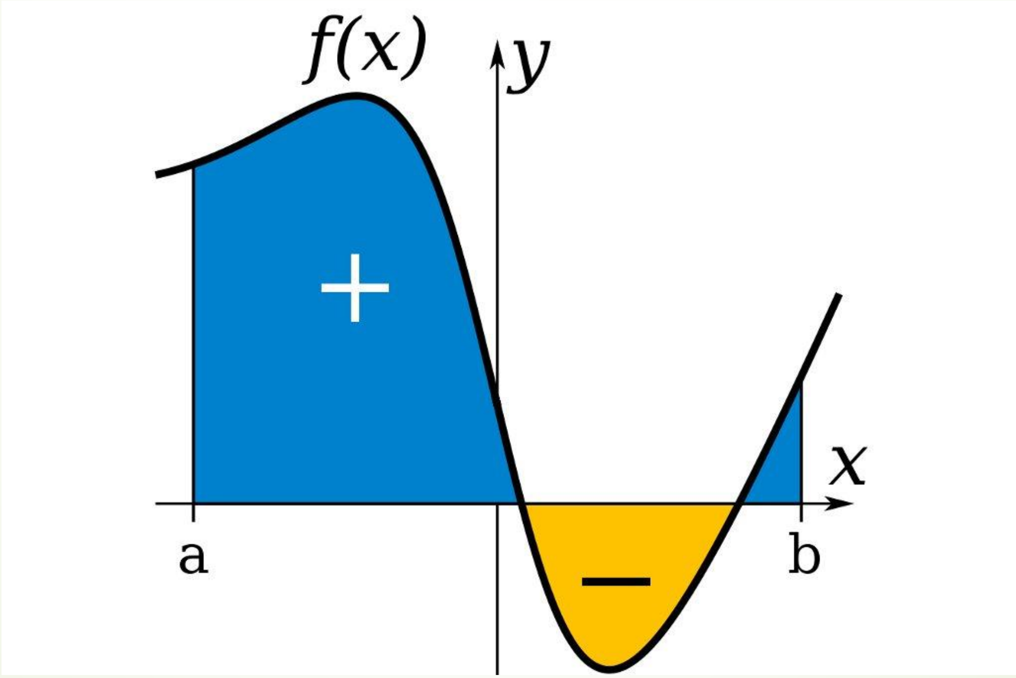
CÁLCULO DIFERENCIAL CLASE 5.

Transformaciones de funciones.



Elaboró Msc. Efrén Giraldo Toro.

https://www.academia.edu/12180817/Calculo._Trascendentes_Tempranas_Zill_4th.pdf

❖ MIS VALORES

Entrega

Transparencia

Simplicidad

y Persistencia

❖ MI VISIÓN: Tender a ser un ser humano completo mediante la entrega, la transparencia, la simplicidad y la persistencia.

❖ MI MISIÓN: Entrega a la Voluntad Suprema. Servir a las personas.

Algunos conceptos previos

Las ecuaciones pueden venir de dos formas:

1. En forma explícita: la y está despejada, o la x está despejada.

$$y = x^2, \quad x = y^2$$

2. O de manera implícita: no hay una variable despejada:

$$y - x^2 = 0, \qquad x - y^2 = 0$$

Transformaciones de gráficos de funciones.

- Transformaciones rígidas.

  - Traslaciones
  - Reflexiones

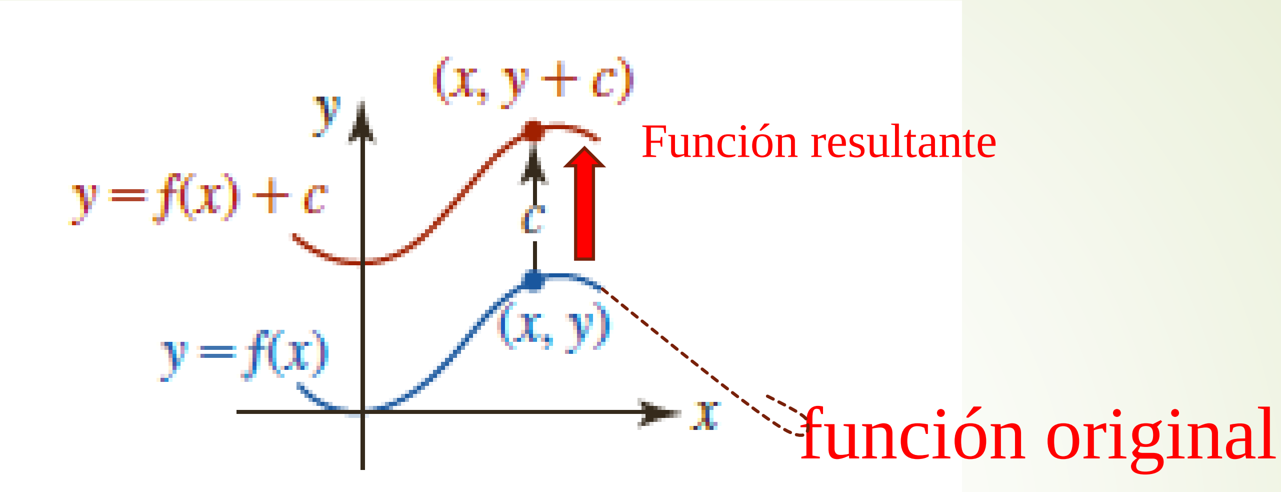
- Transformaciones no rígidas.

  - Estiramientos
  - Compresiones.

Transformaciones rígidas.

Una **transformación rígida** de una gráfica es aquella que cambia sólo la *posición* de la gráfica en el plano *xy*, pero no su forma. En realidad es un desplazamiento de la gráfica. Para la gráfica de una función $y = f(x)$ se analizan cuatro tipos de desplazamientos o traslaciones.

Desplazamiento vertical



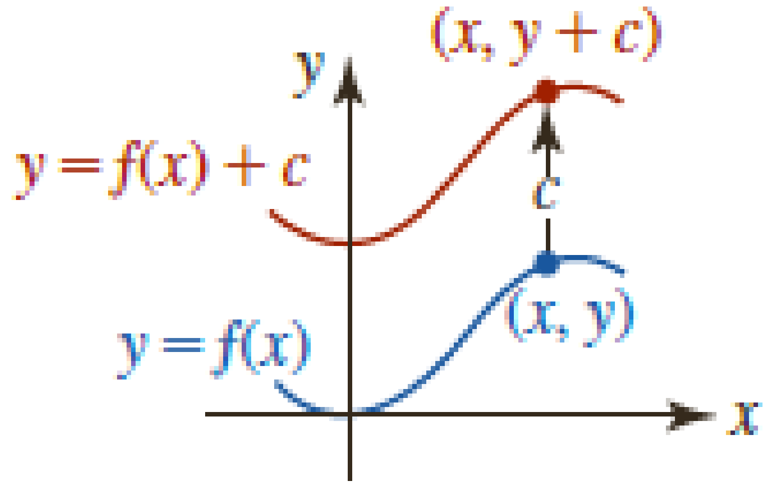
a) Desplazamiento vertical hacia arriba

Suponga que $y = f(x)$ es una función y c es una constante positiva. Entonces la gráfica de

- $y = f(x) + c$ es la gráfica de f desplazada verticalmente **hacia arriba** c unidades

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

- En realidad se trata es de crear una nueva función $y = f(x) + c$ y una nueva curva a partir de la primera $y = f(x)$, pero desplazada c unidades en y. c es un número mayor de 1.
- Lo único que se hace es sumarle el valor c a desplazar, a la expresión algebraica despejada que representa la función.



a) Desplazamiento vertical hacia arriba

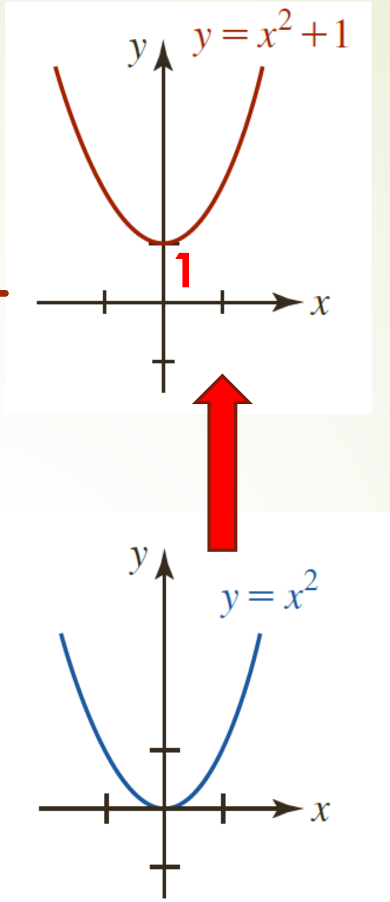
$$g(x) = f(x) + c$$

$$y = f(x)$$

Es sencillamente a la toda la expresión de la primera función $f(x)$ sumarle la c y esto da la segunda función g(x).

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

$$g(x) = \underline{y} = \underline{x^2 + 1}$$



$$f(x) = \underline{y} = x^2$$

Sea la parábola $y = f(x) = x^2$ (esta fórmula se denomina ecuación Canóniga de la Parábola).

1. Se trata de desplazar la gráfica analíticamente hacia arriba sobre el eje y:

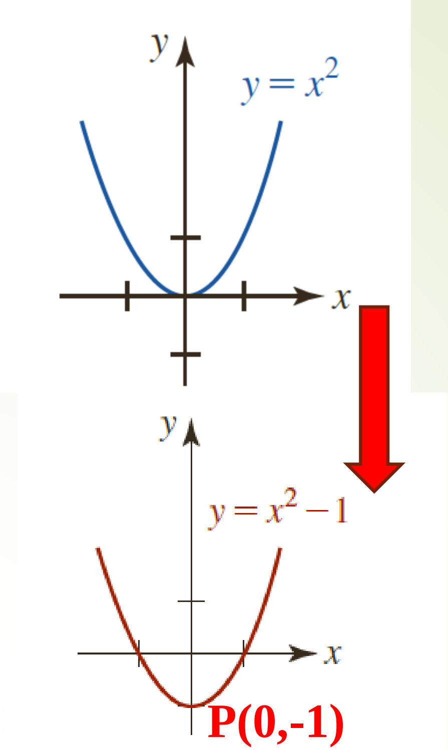
La expresión para la primera función es $\boldsymbol{x^2}$ a esta expresión le sumo 1 y obtengo

$g(x) = y = x^2+1$ se trasladó la gráfica del punto (0,0) al punto (0,1)

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

$y=f(x) = \quad x^2$

$g(x) = \ x^2$-1 (x puede ser + ó −)



Desplazamiento hacia abajo

Sea la función y=f(x)=x^2

1. Se trata de desplazar la gráfica analíticamente hacia abajo una unidad, sobre el eje y.

La expresión para la primera función es x^2 a esta expresión le resto 1 y obtengo

$$g(x) = y = x^2\text{-}1$$

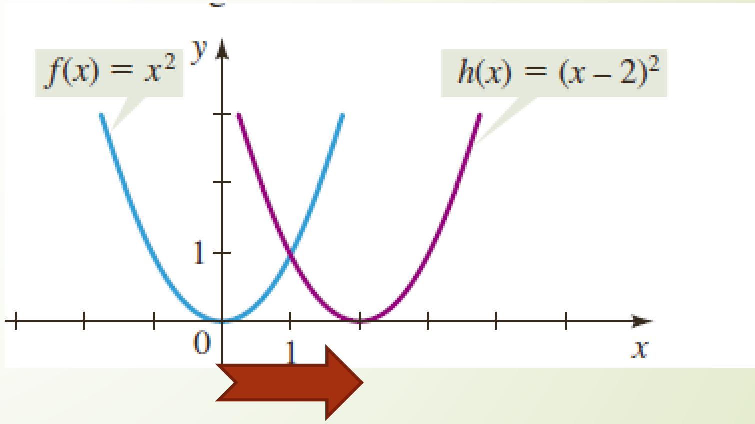
Se trasladó la gráfica del punto (0,0) al punto (0,-1).

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Traslación en x *a la derecha*. Método del cajón.

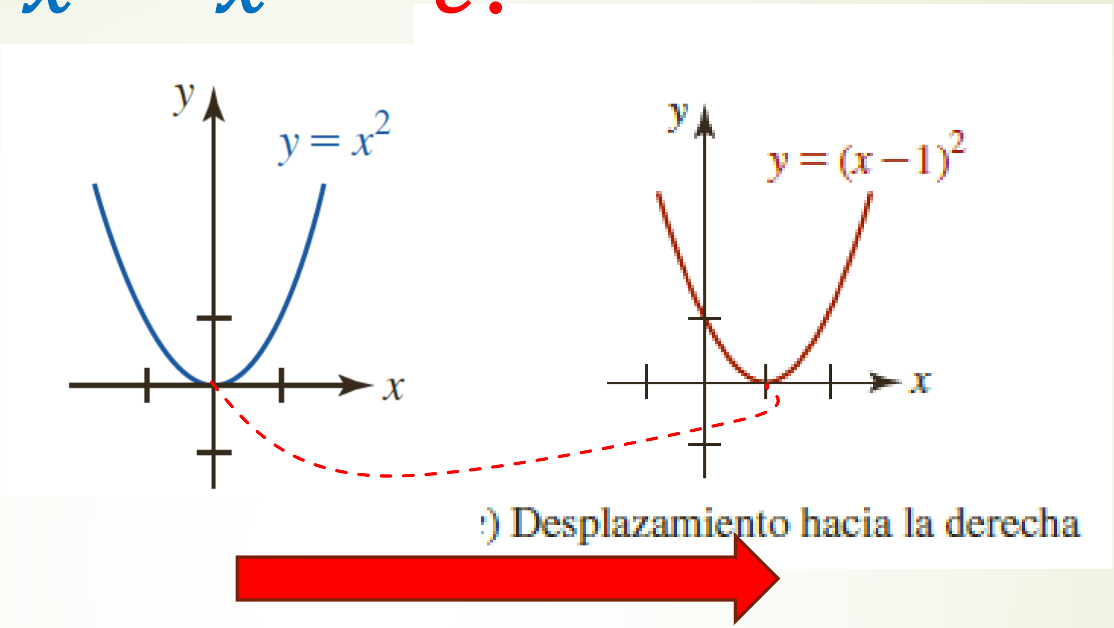
Si voy a trasladar la parábola $y = x^2$ del origen a través del eje x, 2 unidades a la derecha es muy sencillo: tomo la ecuación $y = x^2$ y afecto solo la x restando 2 mediante el método del cajón así:

$$y = x^2 \rightarrow [\quad]^2 \rightarrow \quad y = [x - 3]^2$$



ELABORÓ MS. EFRÉN GIRALDO T.

$x \longrightarrow x \; - c.$



y= f(x)=$x^2 = (\quad)^2 = (x-1)^2$

Empleamos el conocido método del cajón o paréntesis con una variante:
En vez de x se coloca la $x - c$.

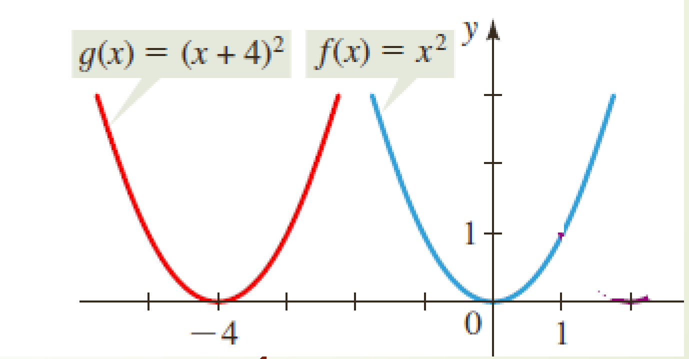
Si es a la derecha empleamos el signo menos – contrario a lo esperado

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Traslación en x *a la izquierda*. Método del cajón.

Si voy a trasladar la parábola $y = x^2$ del origen a través del eje x, 4 unidades a la izquierda es muy sencillo: tomo la ecuación $y = x^2$ y afecto solo la x sumando 4, mediante el método del cajón así:

$$y = x^2 \rightarrow [\quad]^2 \rightarrow y = [x+4]^2$$



ELABORÓ MS. EFRÉN GIRALDO T.

EJEMPLO | Desplazamientos horizontales de gráficas

Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función.

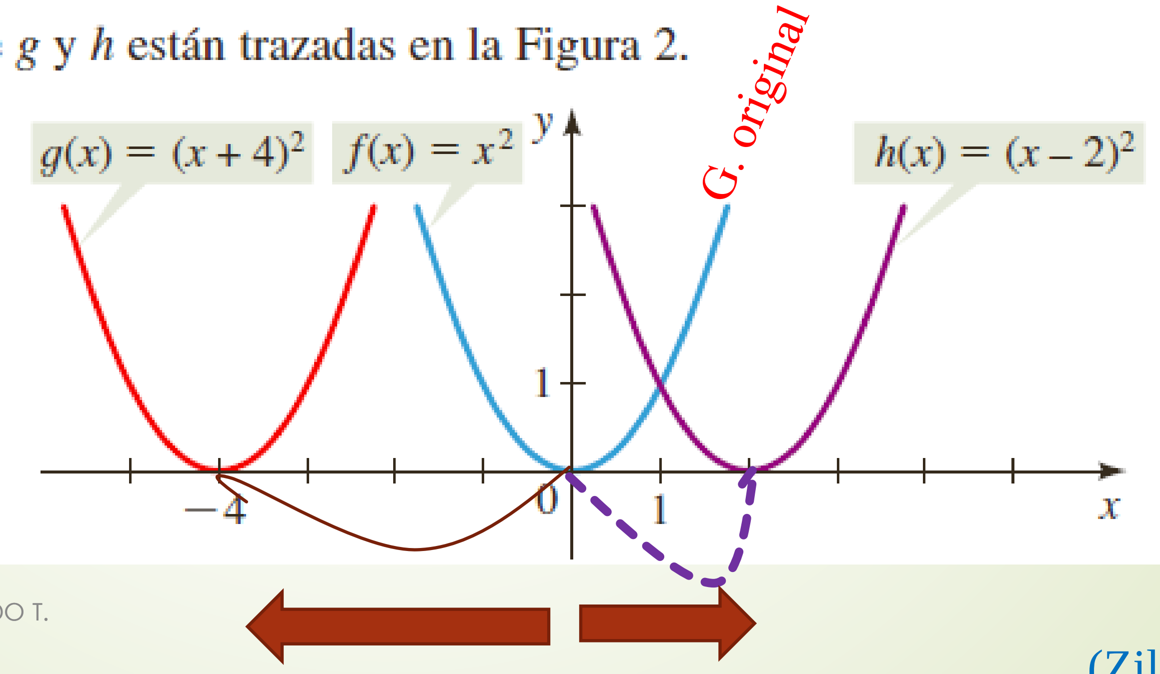
(a) $g(x) = (x + 4)^2$ (b) $h(x) = (x - 2)^2$

SOLUCIÓN

(a) Para graficar g, desplazamos 4 unidades a la izquierda la gráfica de f.

(b) Para graficar h, desplazamos 2 unidades a la derecha la gráfica de f.

Las gráficas de g y h están trazadas en la Figura 2.



(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Combinación de desplazamientos En general, la gráfica de una función

$$y = f(x \pm c_1) \pm c_2,$$

El orden en que se hacen los desplazamientos es irrelevante.

donde c_1 y c_2 son constantes positivas, combina un desplazamiento horizontal (a la izquierda o a la derecha) con un desplazamiento vertical (hacia arriba o hacia abajo). Por ejemplo, la gráfica $y = (x + 1)^2 - 1$ es la gráfica de $f(x) = x^2$ desplazada 1 unidad hacia la izquierda seguida por un desplazamiento vertical 1 unidad hacia abajo.

Traslación en x e y. Método del cajón.

Si voy a trasladar la parábola $y = x^2$ del origen (0,0) al punto (2,-3): en x a la derecha y en y hacia abajo:

tomo la ecuación $y = x^2$ y afecto la y, y la x así:

$$y = x^2 \longrightarrow y = [\quad]^2 - 3 \longrightarrow = [x-2]^2 - 3$$

$$y = [x-2]^2 - 3$$

Si voy a trasladar la parábola $y = x^2$ del origen (0,0) al punto (-2,-3), tomo la ecuación $y = x^2$ y afecto la y la x así:

$y = x^2 \longrightarrow (\ ) = [\ \ ]^2 \longrightarrow y = [x + 2)]^2 - 3$

De la misma manera se puede decir que si encuentro una gráfica con la ecuación:

$$y = x^2 + 1$$

Equivale a:

$$y - 1 = (x - 0)^2$$

Significa que está ubicada en el punto P(0,1)

La ecuación

$$y = [x + 3)]^2 - 2$$

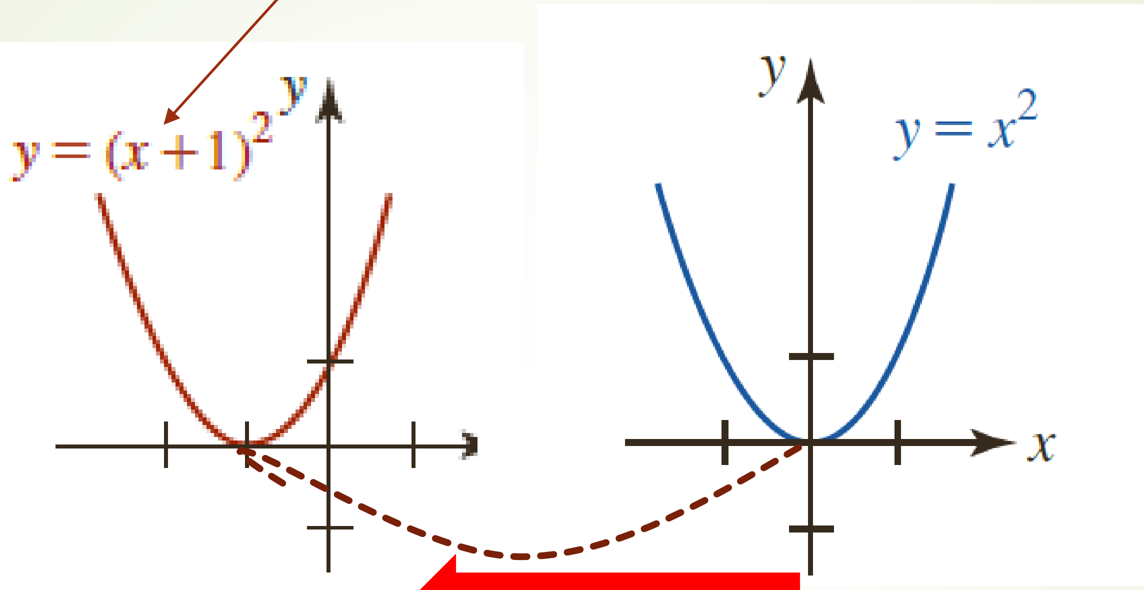
Equivale a:

$$y + 2 = [x - (-3)]^2 \longrightarrow \quad P(-3,-2)$$

Si se traslada al punto P(-3,2) resulta en:

$$y = x^2 \longrightarrow y = [x - (-3)]^2 - 2 \qquad P(-3,2)$$

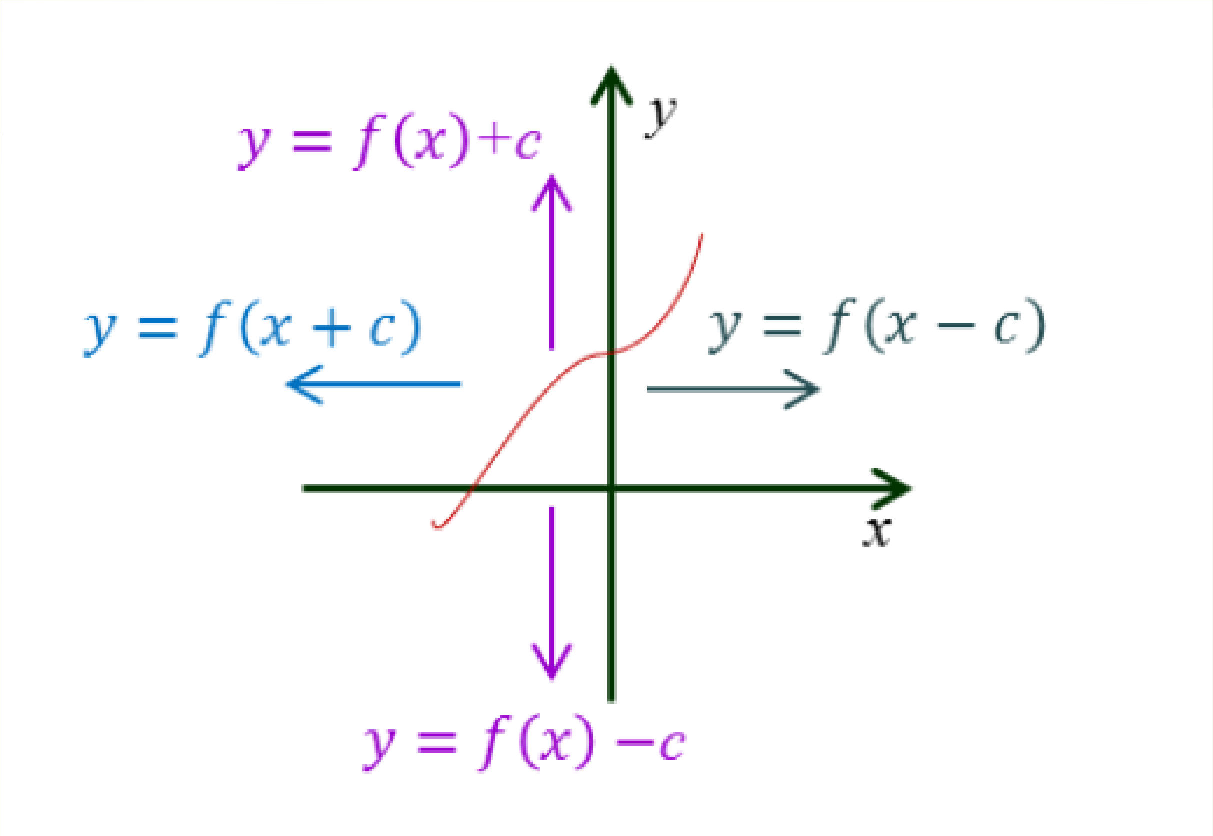
Observe el signo más



Desplazamiento hacia la izquierda al punto (-1,0)

$$y = f(x) = x^2 = (\quad)^2 = (x-(-1))^2 = (x+1)^2$$

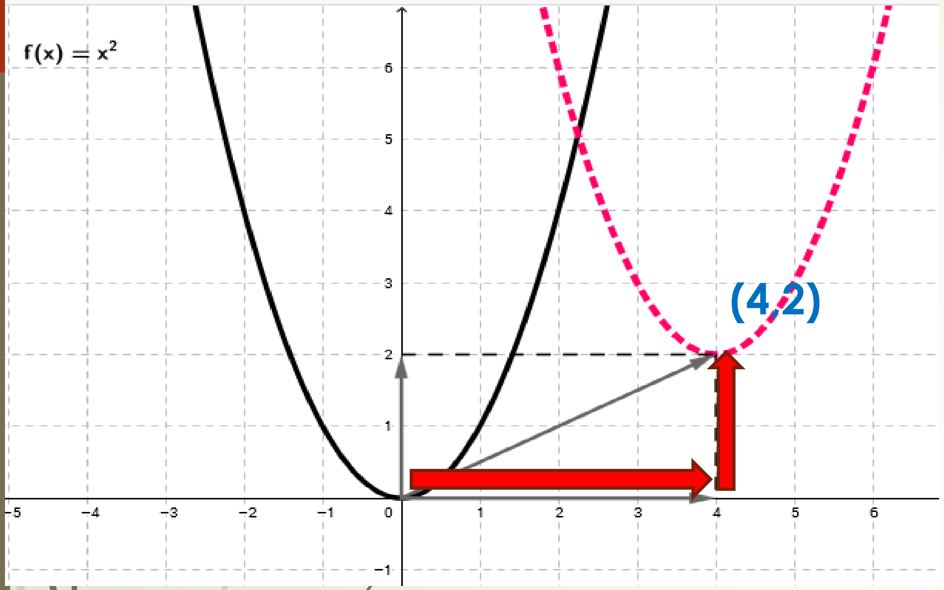
(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

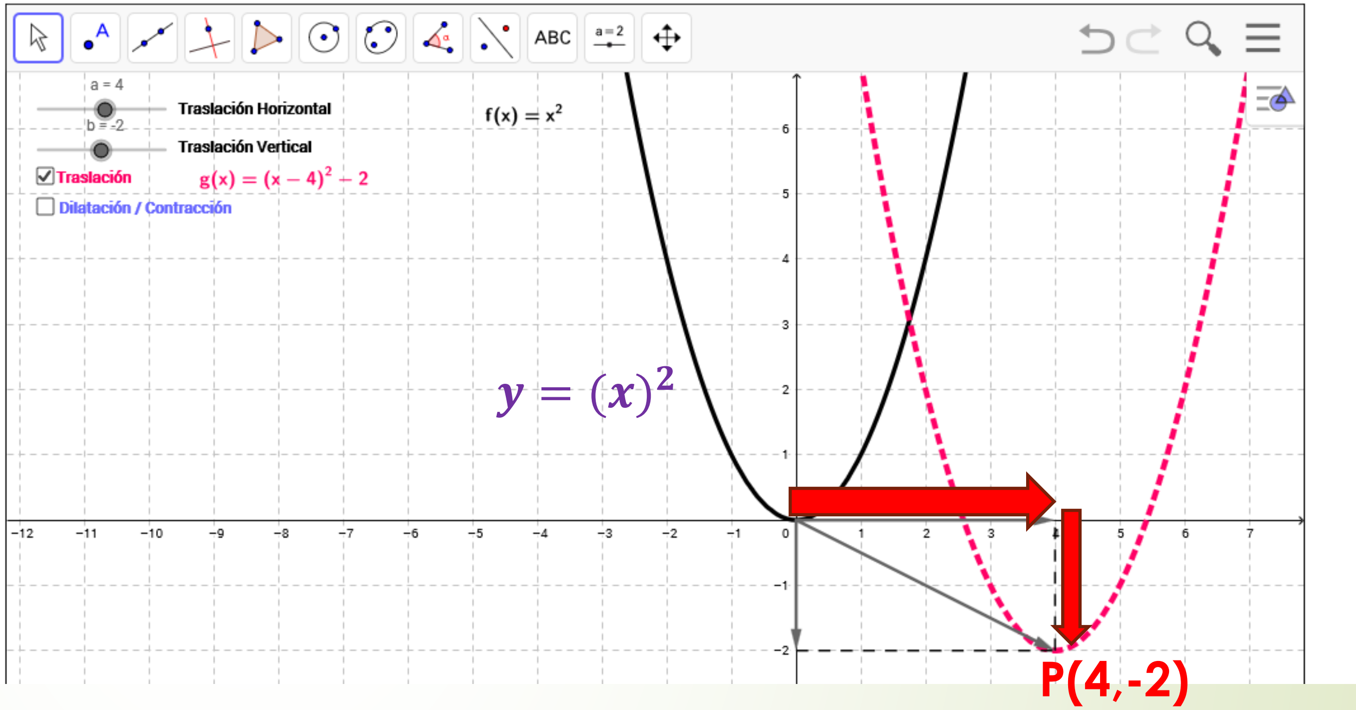


http://matematicatuya.com/FUNCIONES/8transformacionesdegraficas.html

VIDEO EXPLICATIVO

$y=(x-4)^2+2$, → $(y-2)=(x-4)^2$

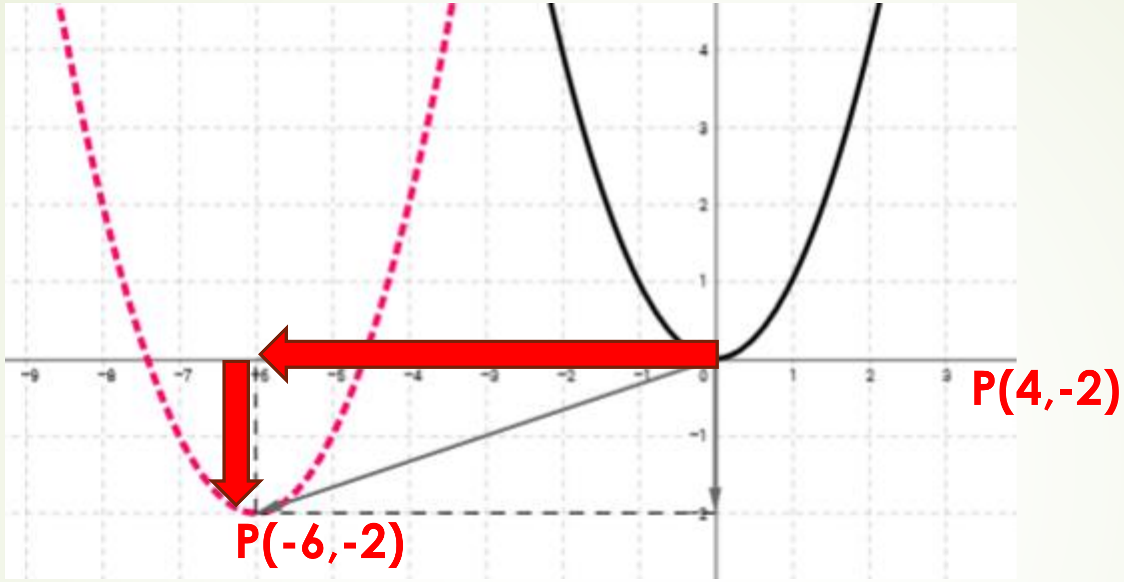




$y=(x-4)^2-2$ → $(y+2)=(x-4)^2$

https://www.geogebra.org/m/n8nJcrg9

PRACTIQUE CON GEOGEBRA

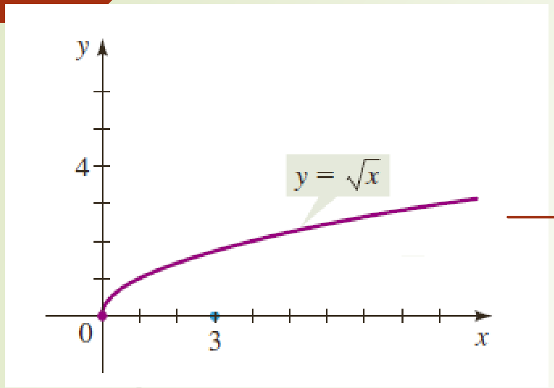


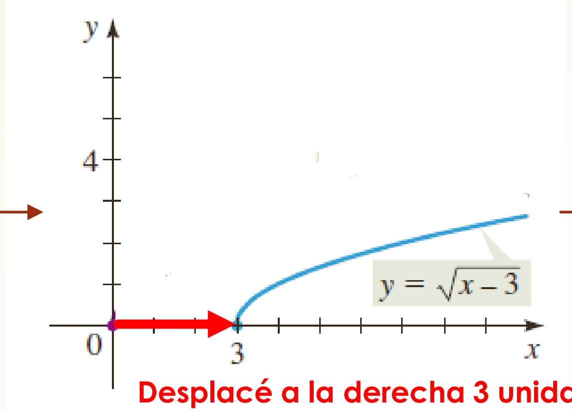
$y=(x+6)^2-2 \longrightarrow \quad y+2=(x+6)^2$

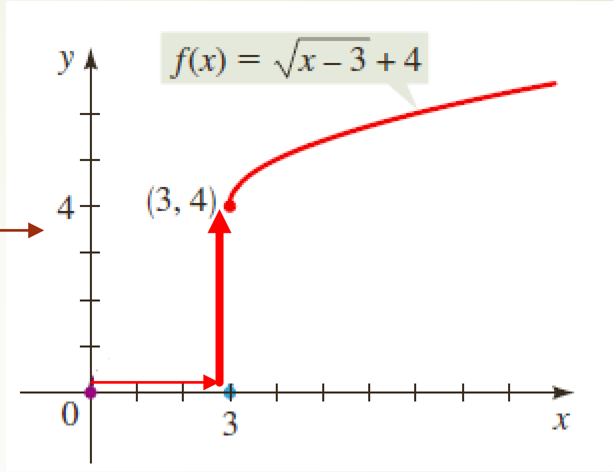
[PRACTIQUE CON GEOGEBRA]

23

A la función f(x)= $\sqrt{x}$ desplácela 3 unidades a la derecha y la función resultante desplácela 4 unidades hacia arriba







Desplacé hacia arriba 4 unidades

$f(x)= \sqrt{x} \longrightarrow \sqrt{} \longrightarrow \sqrt{x-3}$ **Desplacé a la derecha 3 unidades**

Si a esta expresión $\sqrt{x-3}$ le sumo 4 queda así: $\sqrt{x-3} + 4$,

la desplacé hacia arriba 4 unidades. Se pasó del punto (0,0) al punto (3,4).

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

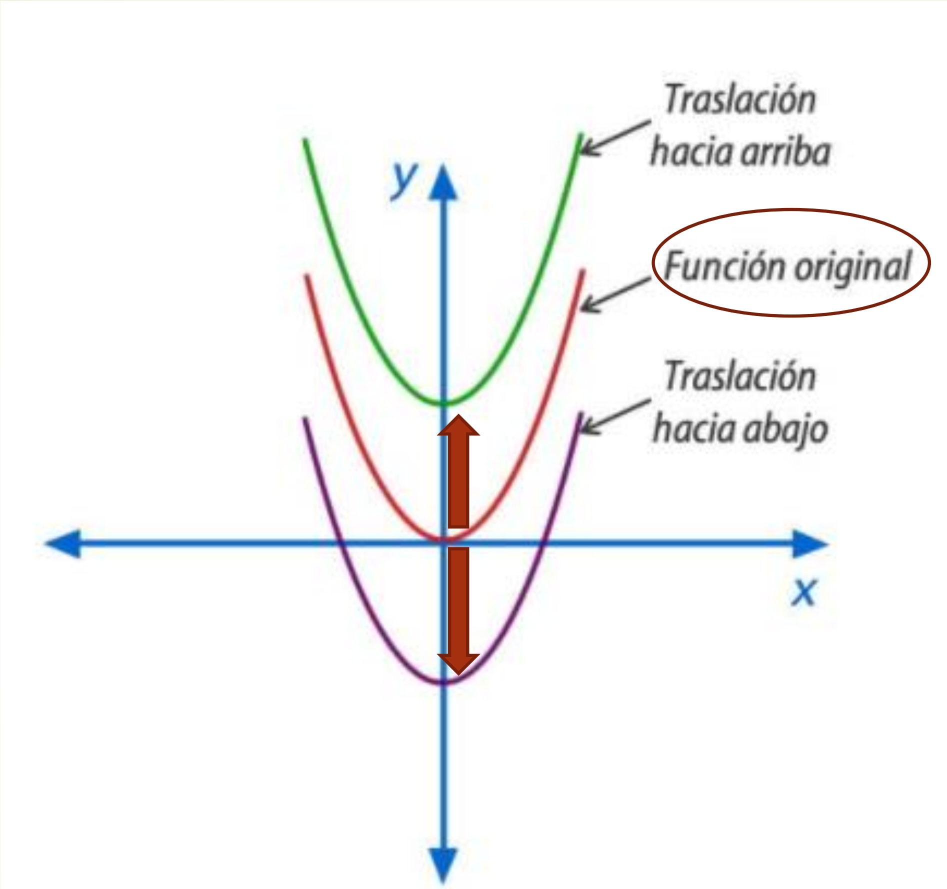
Entonces para las traslaciones horizontales (en el eje x) o verticales o combinadas tenemos:

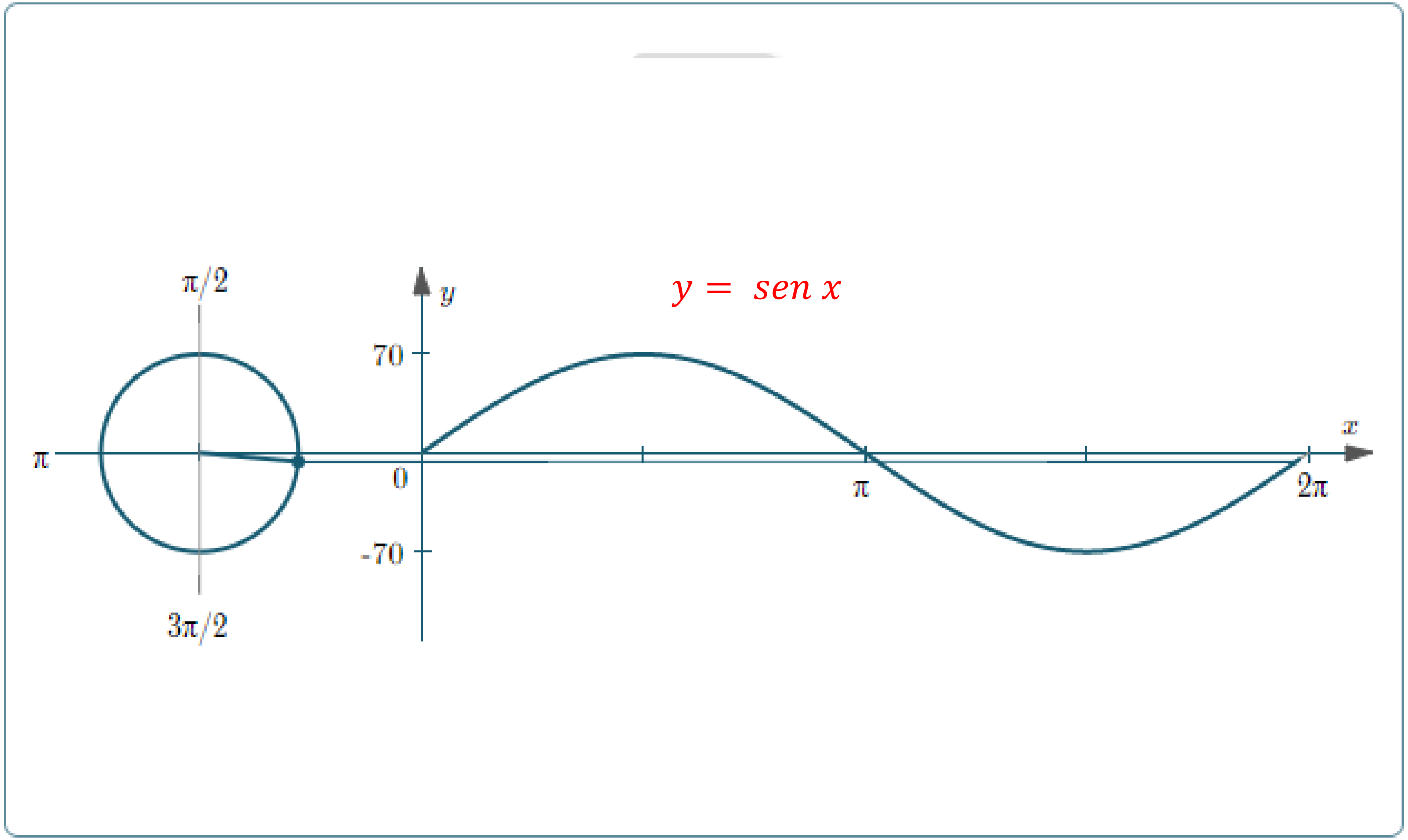
Si aparece $x - c$, o $\sqrt{x-c}$, o $(x-c)^n$ la gráfica se movió c unidades a la derecha.

Si aparece $x + c$, o $\sqrt{x+c}$, o $(x+c)^n$ la gráfica se movió c unidades a la izquierda.

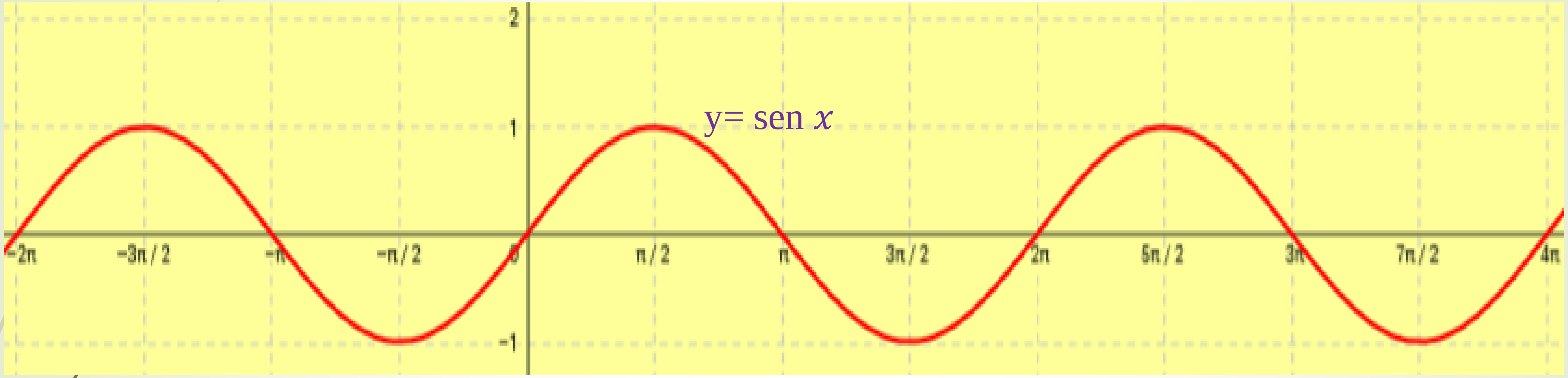
Si aparece $y - c$, o y= expresión de la función + c la gráfica se desplazó c unidades hacia arriba.

Si aparece $y + c$, o y= expresión de la función – c, la gráfica se desplazó c veces hacia abajo.

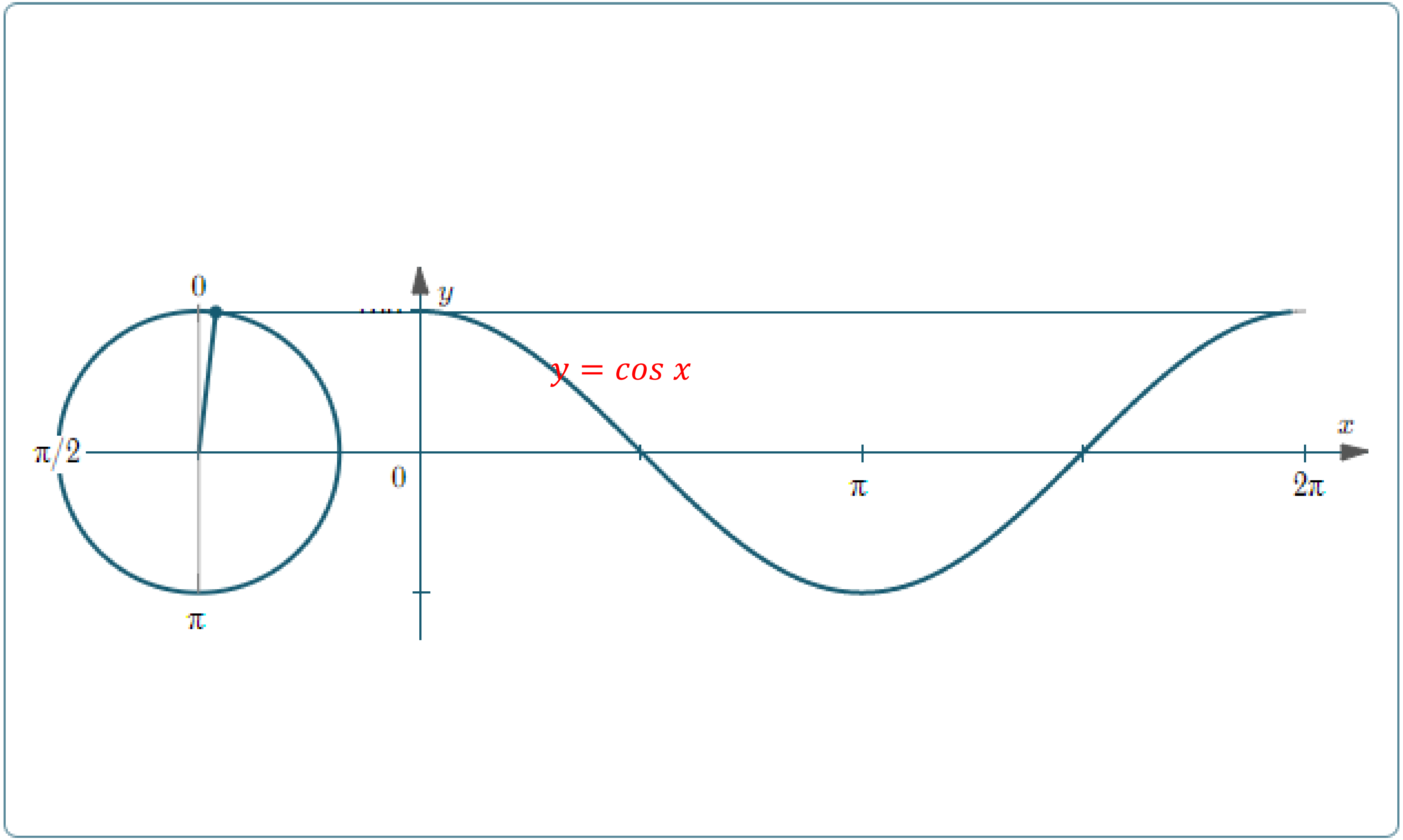

Traslación
hacia arriba
Función original
Traslación
hacia abajo
y
x



https://www.intmath.com/trigonometric-graphs/1-graphs-sine-cosine-amplitude.php

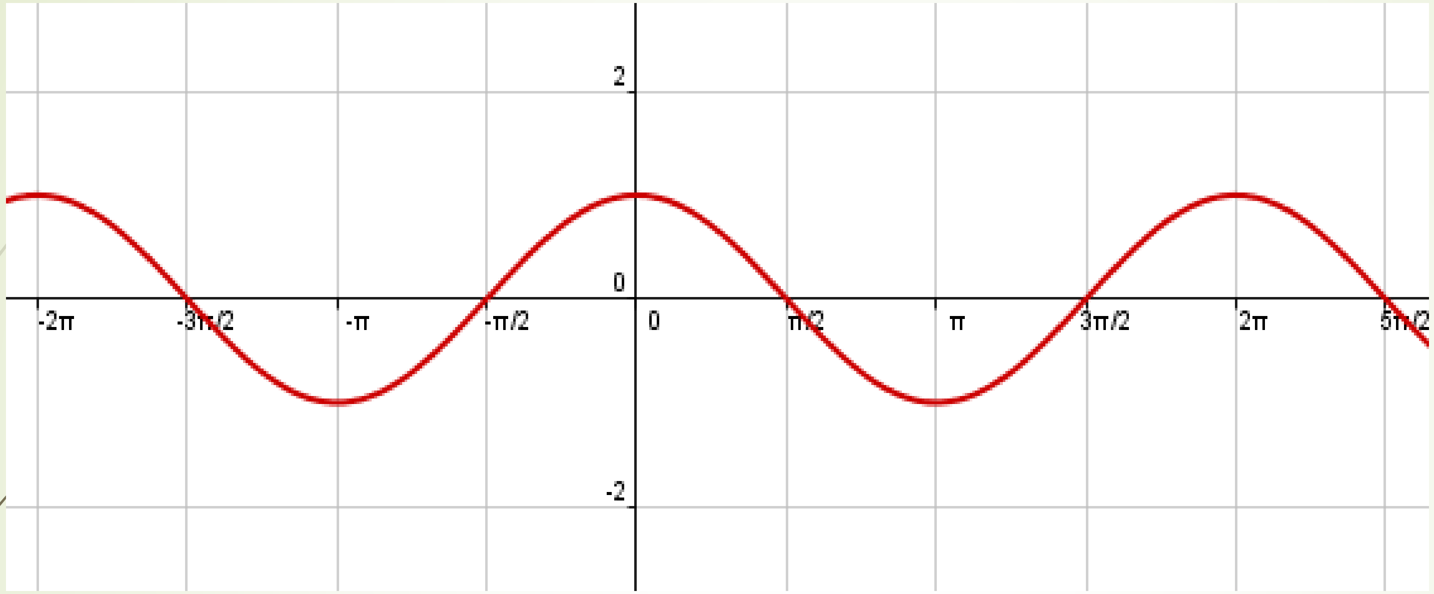


y= sen x
2
1
-1
-2π
-3π/2
-π
-π/2
0
π/2
π
3π/2
2π
5π/2
3π
7π/2
4π

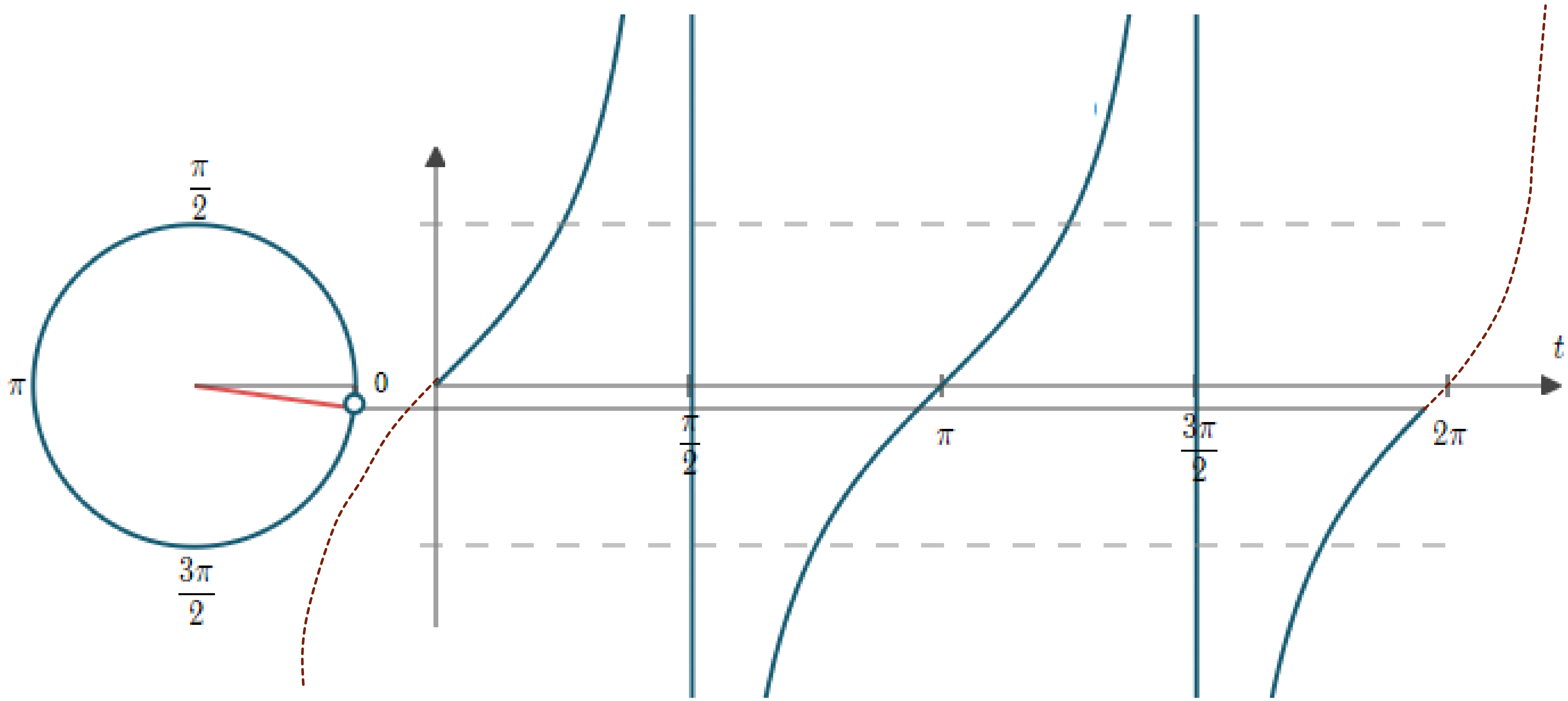


https://www.intmath.com/trigonometric-graphs/1-graphs-sine-cosine-amplitude.php

Gráfica cos x

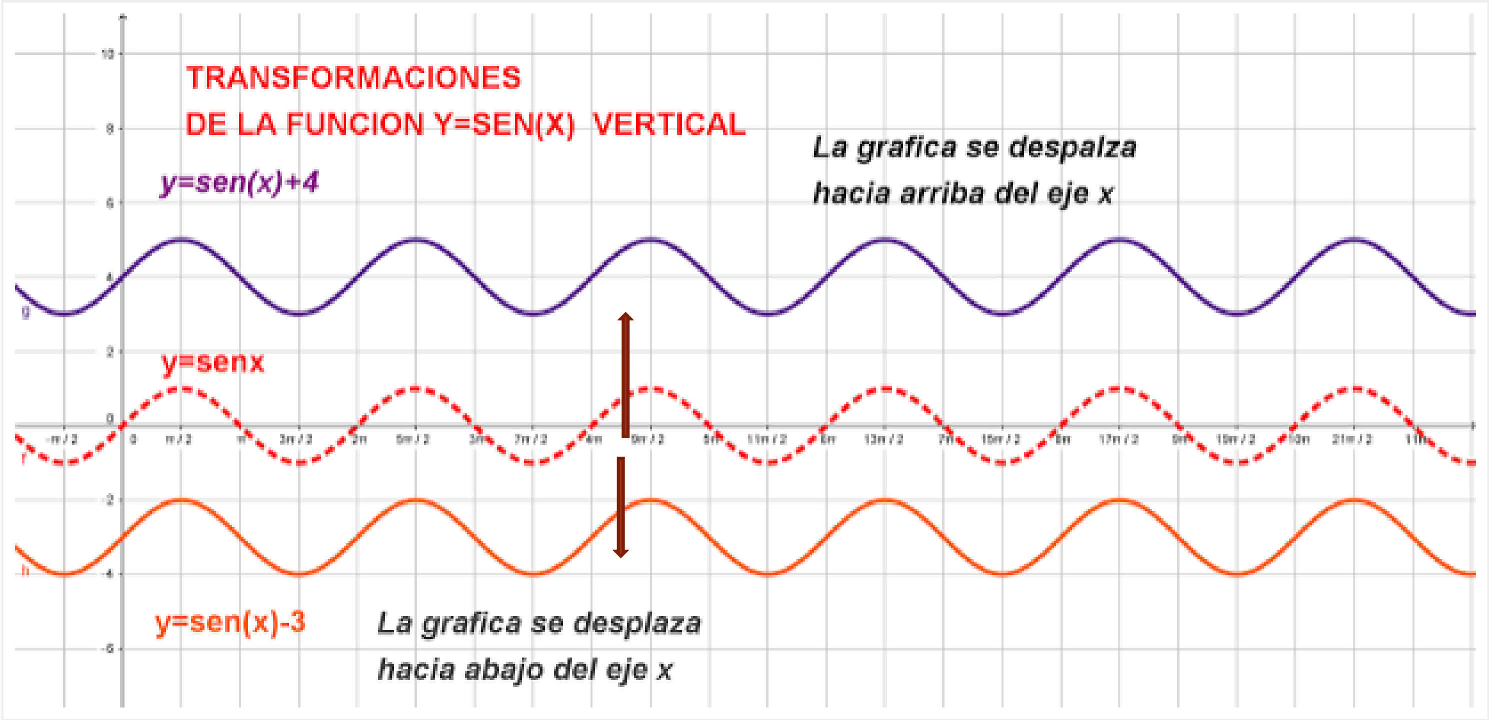


https://www.geogebra.org/m/KfUX66de



$\frac{\pi}{2}$
π
0
$\frac{3\pi}{2}$
t
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π

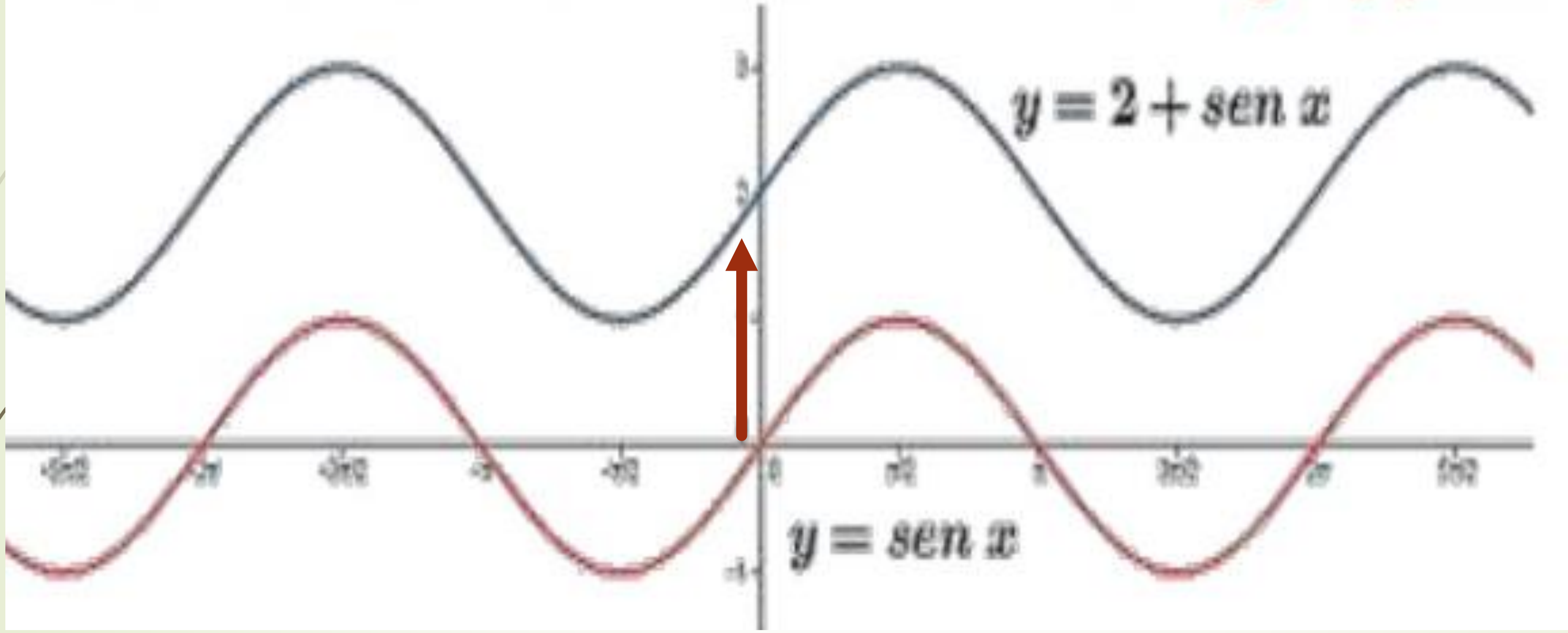
Funciones trigonométricas



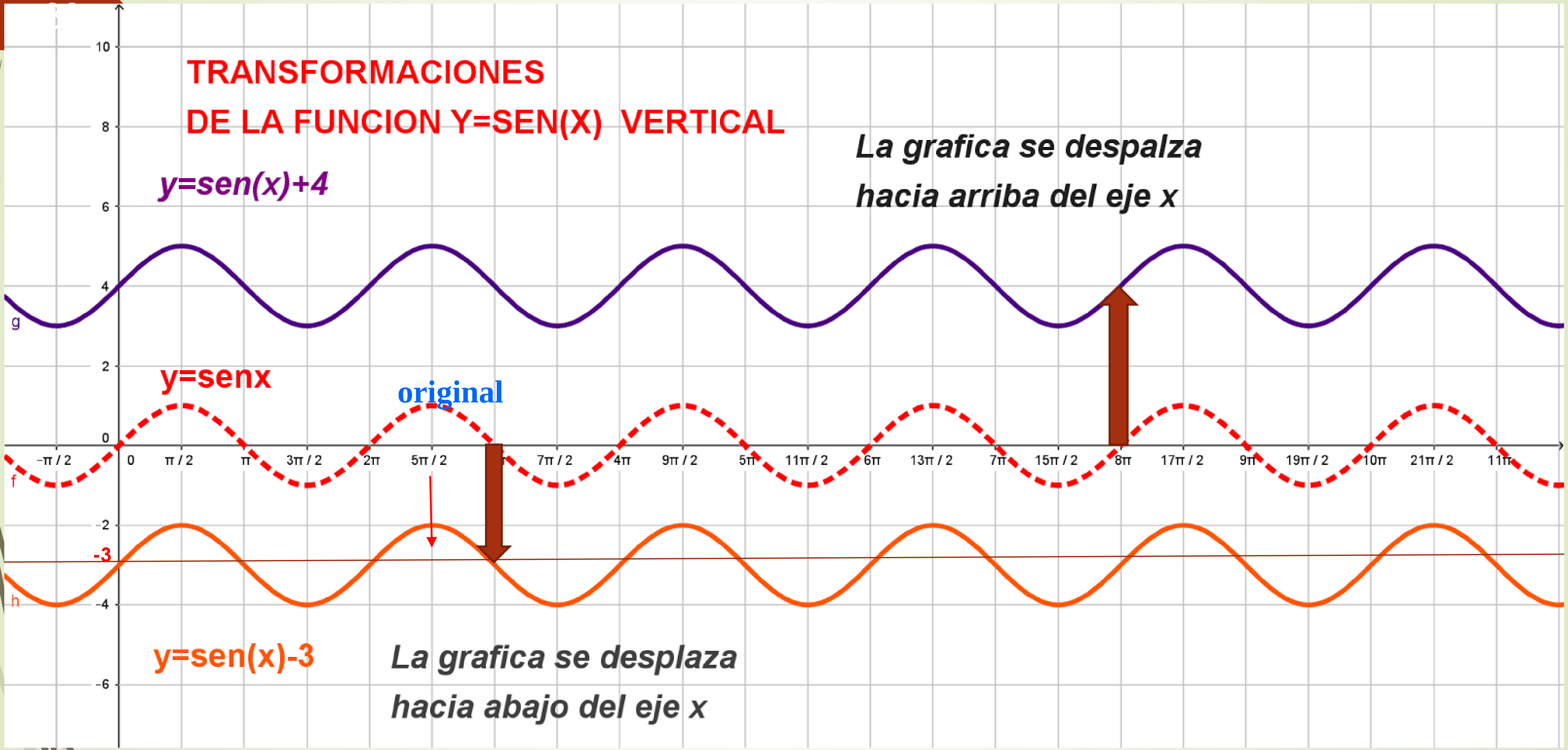
http://traslacionycompresion.blogspot.com.co

TRASFORMACIÓN DE FUN CIONES INTERACTIVA

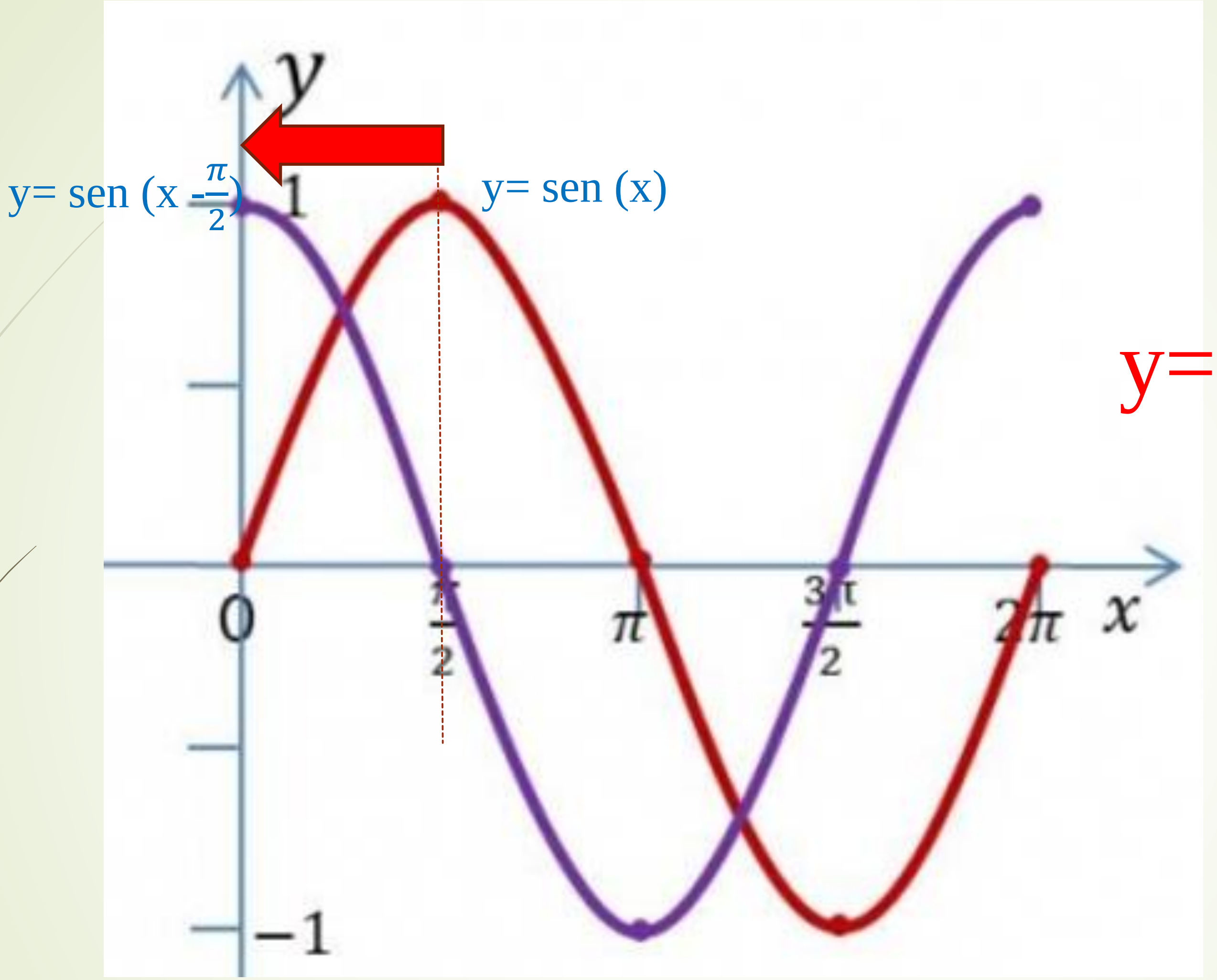
Traslación vertical hacia arriba de a unidades $y=f(x) + a$



Trasformaciones de la función sen x en el eje y



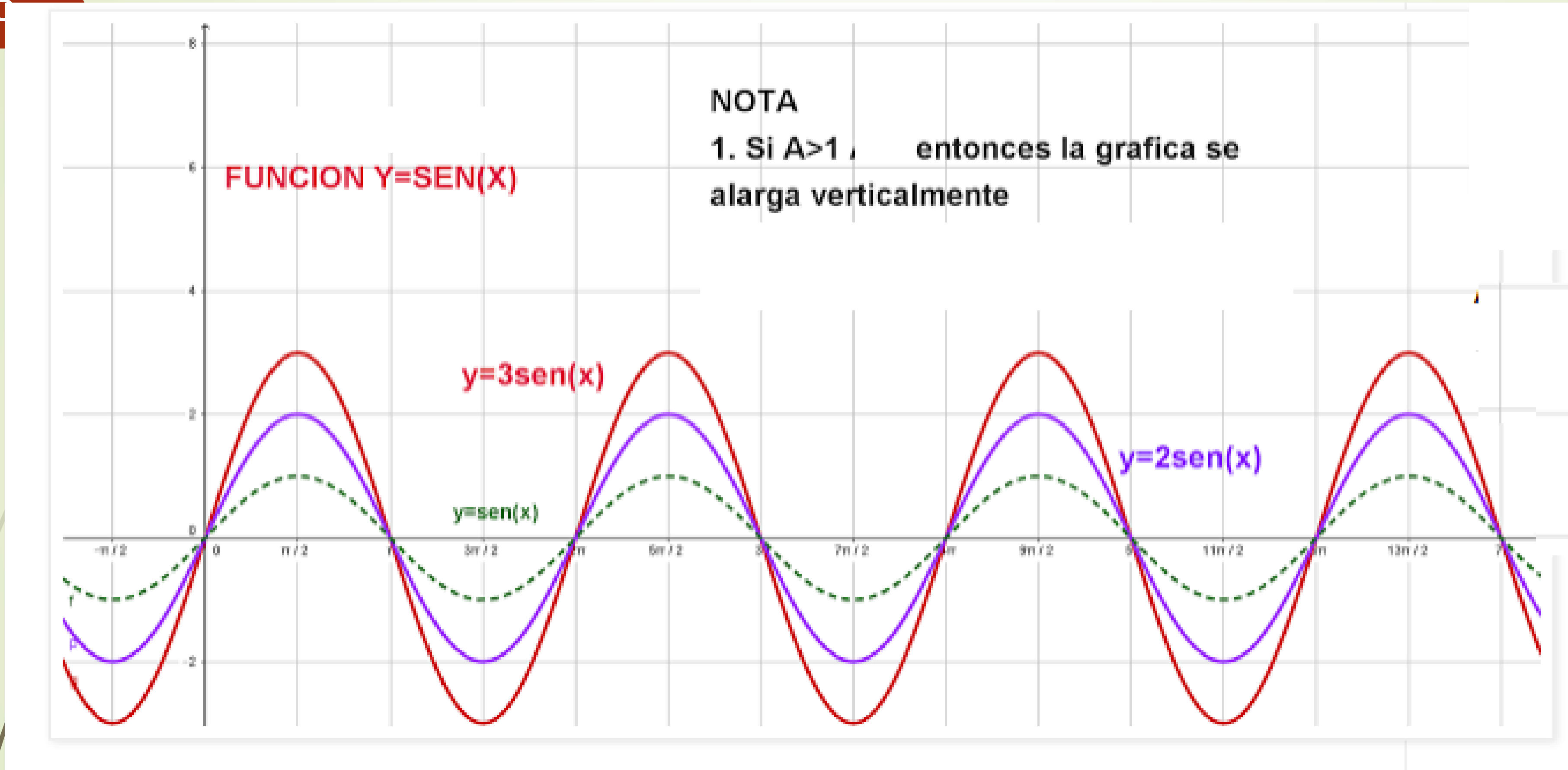
http://traslacionycompresion.blogspot.com.co



y= sen $(x+\frac{\pi}{2})$= cos (x)

Si la gráfica de $sen(x)$ se dezplaza una distancia $\frac{\pi}{2}$ hacia la izquierda queda y= sen $(x+\frac{\pi}{2})$ y se convierte en y= cos x.

$$Y = Asen(x)$$

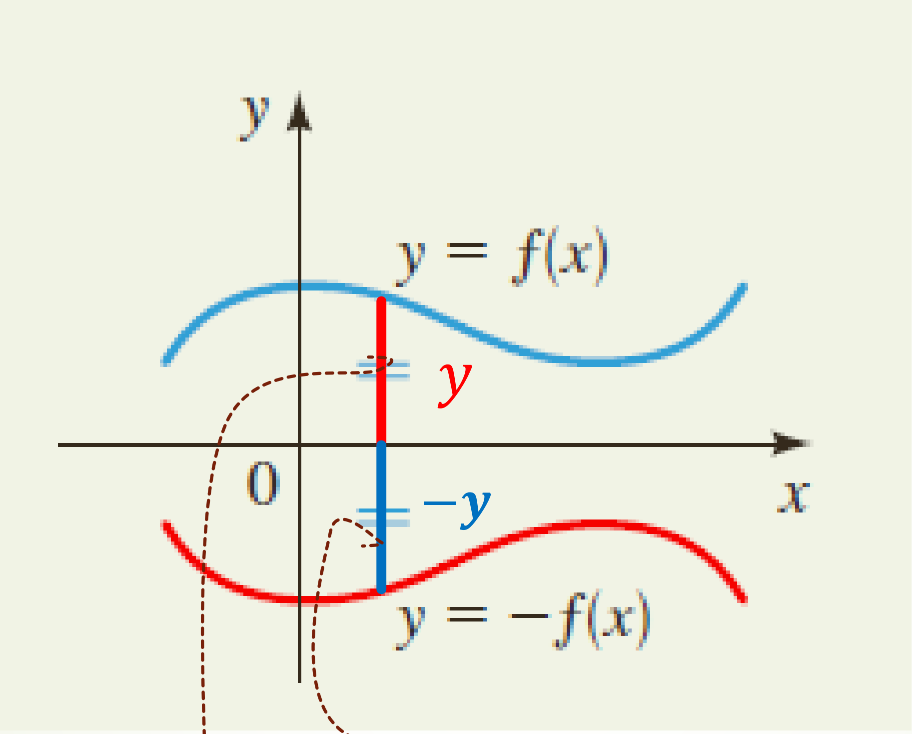


NOTA
1. Si A>1 entonces la grafica se alarga verticalmente
FUNCION Y=SEN(X)
y=3sen(x)
y=2sen(x)
y=sen(x)

Reflexión de gráficas

La reflexión es la imagen en el espejo de una figura. También se puede decir que es el giro o volteo de puntos y gráficas alrededor de los ejes.

Reflexión de gráficas

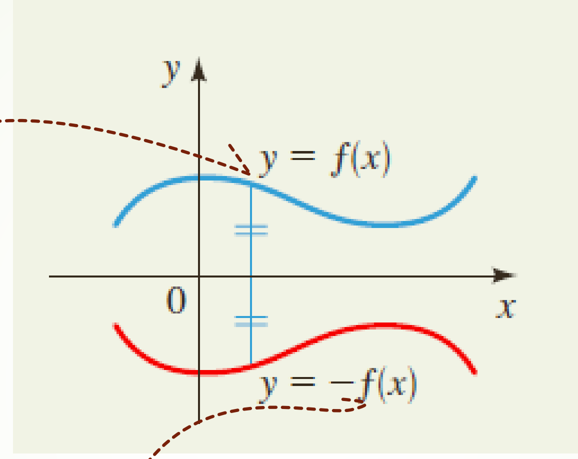


Note que la raya vertical roja es igual a la azul. La coordenada *y* de cada uno de los puntos en la gráfica de $y = f(x)$ es simplemente el negativo de la coordenada *y* del punto correspondiente en la gráfica de $y \; f(x)$. Esto origina la gráfica roja.

La gráfica deseada es la reflexión de la gráfica de $y \; f(x)$ con respecto al eje *x*.

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Por tanto, si quiero reflejar una gráfica sobre el eje X o con respecto al eje x, simplemente cambio de signo a toda la expresión de la función. La multiplico por -1

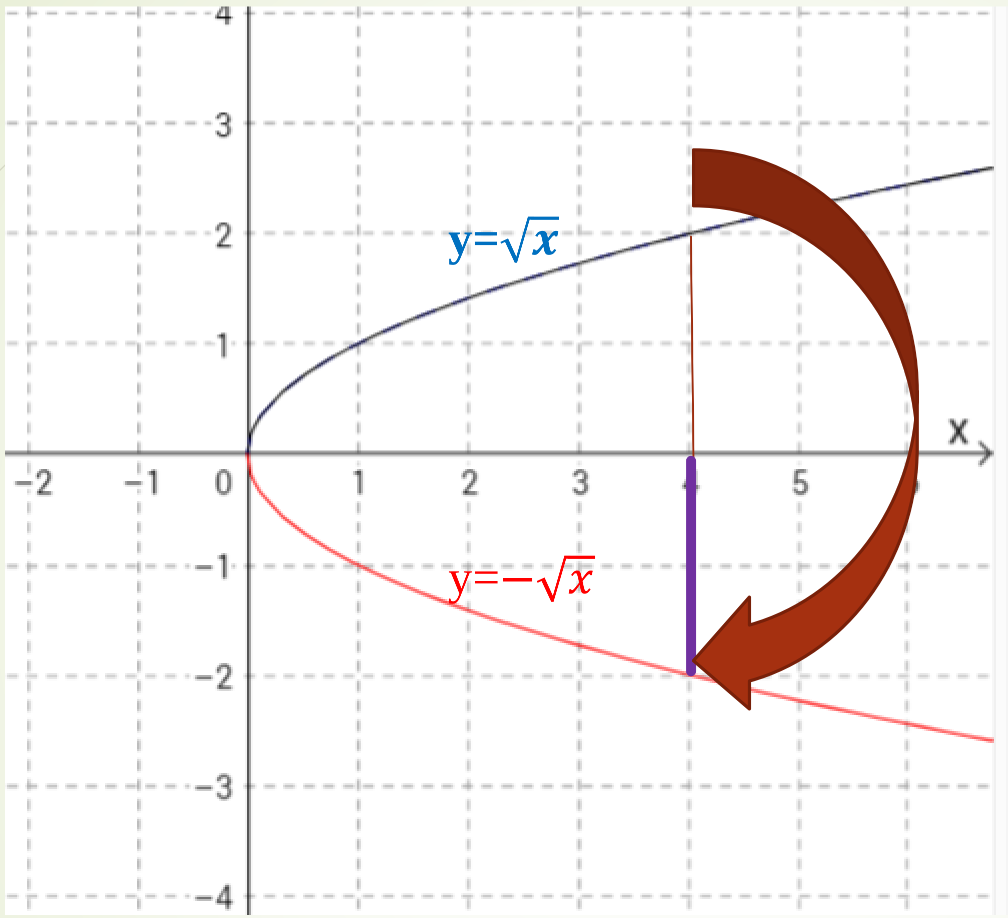


Reflexiones

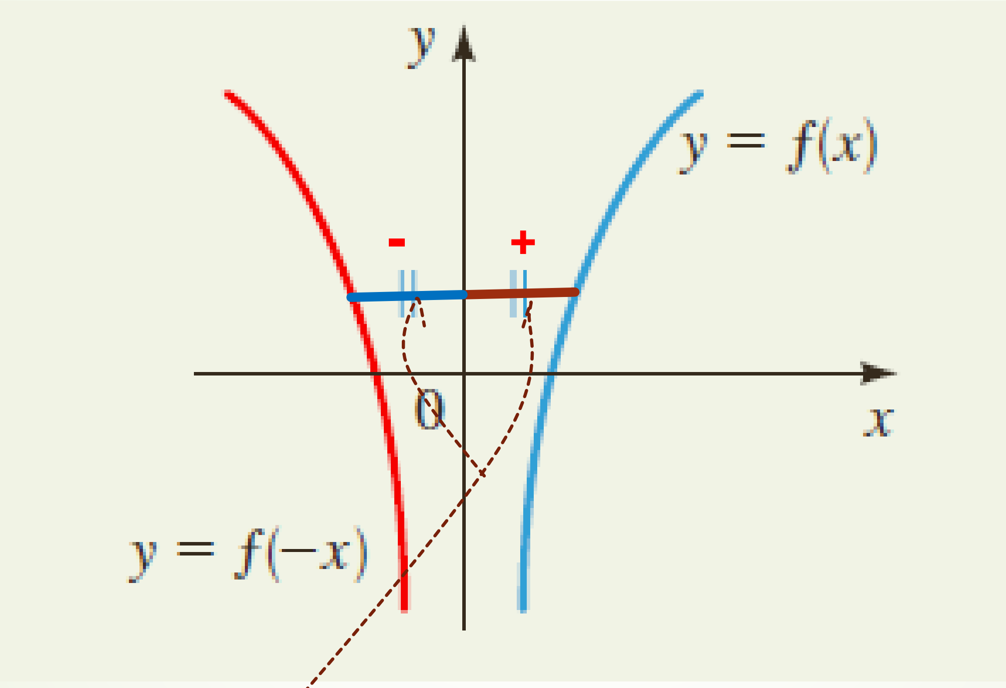
Suponga que $y = f(x)$ es una función. Entonces la gráfica de

- $y = -f(x)$ es la gráfica de f reflejada en el **eje** x,

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)


4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−2
−1
0
1
2
3
5
X
$y=\sqrt{x}$
$y=-\sqrt{x}$

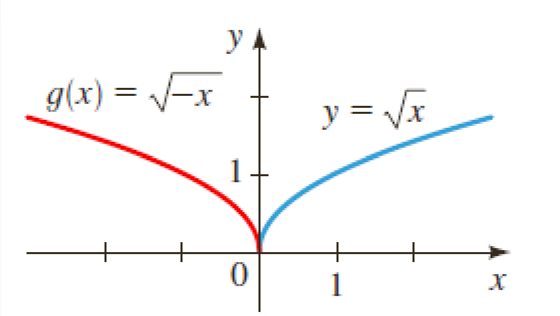
Reflexión respecto al eje y

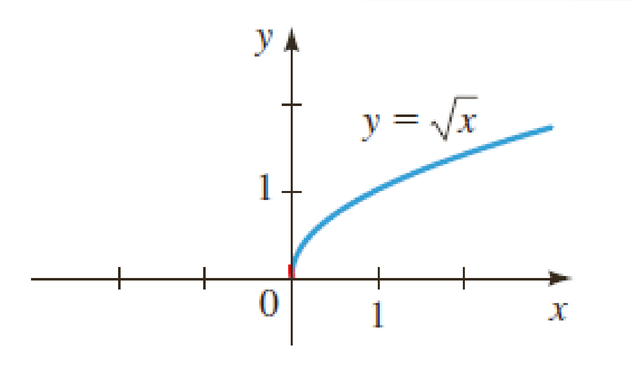


Si la quiero reflejar con respecto al eje *y*, empleo el método del cajón o paréntesis: en el cajón donde esté la *x* le cambio de signo. La nueva ecuación resultante es la función reflejada. Note que la y queda la misma, y la *x* simplemente cambia de signo.

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

A partir de la gráfica de la función y=$\sqrt{x}$ obtenga la gráfica y la ecuación de la función reflejo sobre el eje y o con respecto al eje y.





Y= $\sqrt{x}$=$\sqrt{(\ \ )}$

$g(x) = \sqrt{(-x)} = \sqrt{-x}$

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Función par y reflexión en el eje y

Función par: si f satisface f(-x)= f(x) para todo el dominio de la función, entonces es una función par. Si la función no cambia al reemplazar $-x$ en donde esté x, la función es par.

Una función par es simétrica con respecto al eje y. O sea, tiene la contraparte o imagen respecto al eje y. Si se ha trazado la gráfica para f(x) en el lado derecho, implica que se puede obtener la gráfica completa simplemente reflejando esta porción en el eje y .

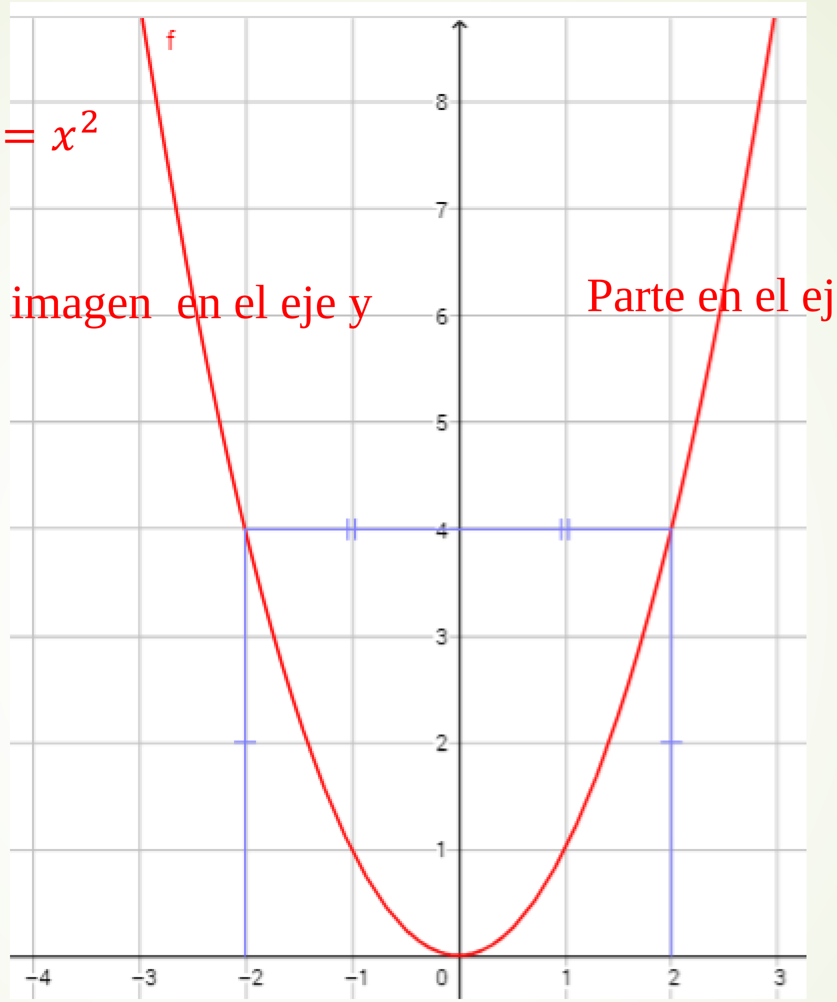
$$f(x) = x^2$$

$$f(-x) = (-x)^2 = (-1)^2x^2 = x^2 = f(x)$$

$f(x) = x^2 \longrightarrow f(-x) = (-x)^2 = x^2$

Contraparte o imagen en el eje y

Parte en el eje y

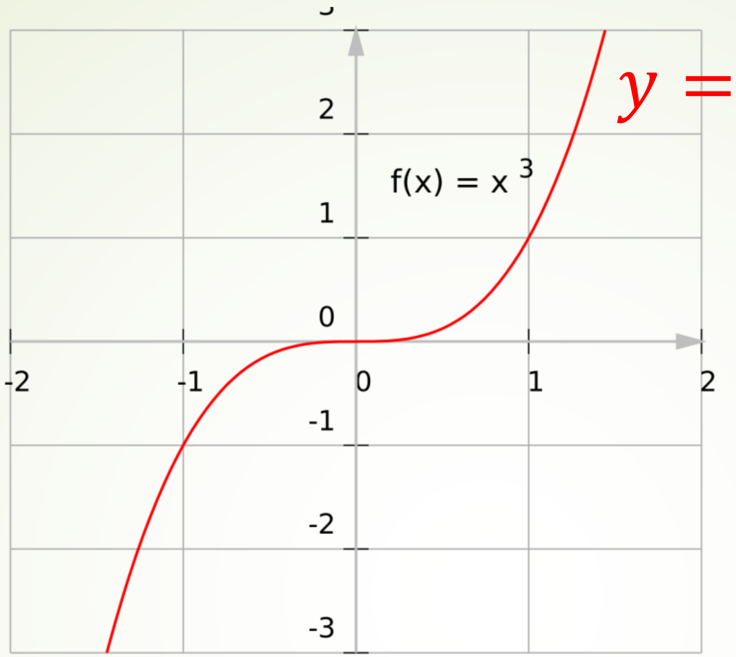


Una función par es una función potencia de la forma f(x)= x^n, n par

Función impar

Función impar: si f satisface f(-x)= $-f$(x) para todo el dominio de la función, entonces es una función impar. Si la función cambia al reemplazar $-x$ en donde esté x, la función es impar. Las funciones impares no tienen reflexión en el eje y.

Una función tiene simetría respecto al origen si es una función impar.



$y = x^3$

Simetría respecto al origen. Función impar

Una función *f* es simétrica respecto al origen cuando para todo x del dominio se verifica:

$$f(-x) = -f(x)$$

Las funciones simétricas respecto al origen reciben el nombre de funciones impares.

https://www.vitutor.com/fun/2/a_10.html

Racionales.

Son impares las funciones cocientes de polinomios: par/impar o impar/par

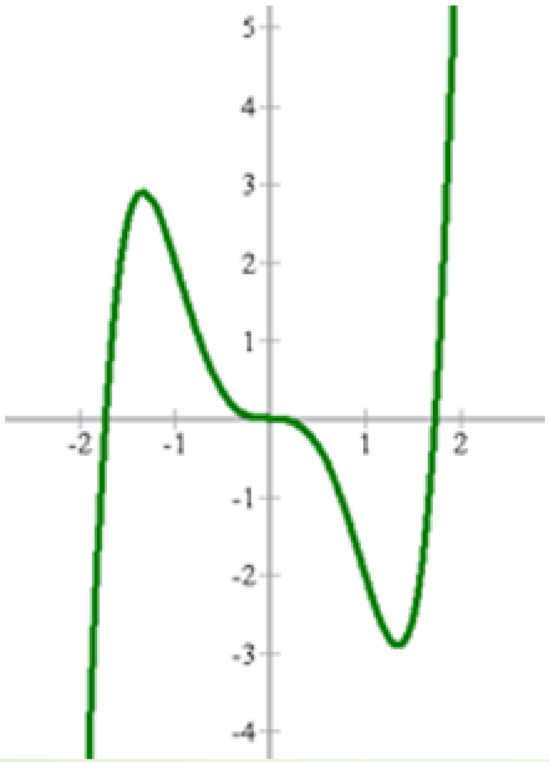
$$C(x) = \frac{x^2 + 1}{x} = -\frac{(-x)^2 + 1}{(-x)} = -C(-x)$$

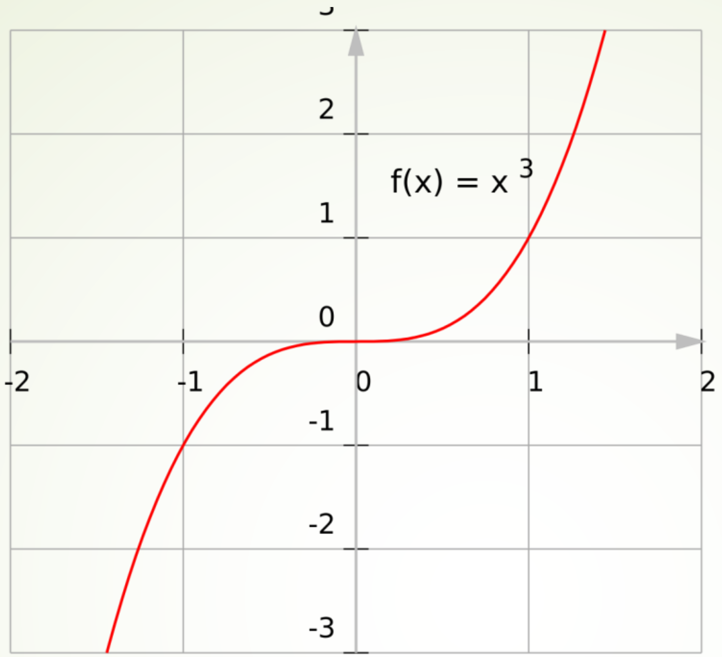
http://www.acienciasgalilei.com/mat/fun-gra-htm/05simetria-impar.htm

- Comprobar que la siguiente función es impar:

$$f(x) = x^5 - 3x^3$$

$$f(-x) = (-x)^5 - 3(-x)^3 = -x^5 + 3x^3 = -(x^5 - 3x^3) = -f(x)$$





$f(x) = x^3$ decimos que la función es impar ya que, $f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3 x^3 = -x^3 = -f(x)$; por lo tanto la gráfica de la función queda de la siguiente forma

Una función impar es una función potencia de la forma f(x)= x^n, n impar

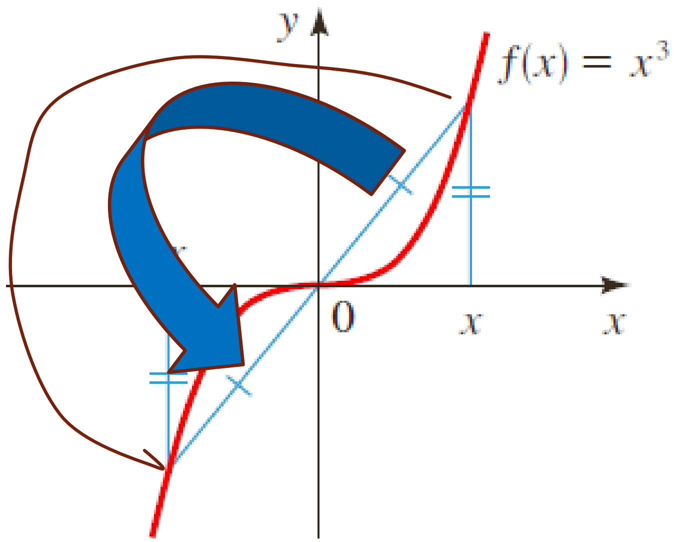


FIGURA 12 $f(x) = x^3$ es una función impar.

La gráfica de una función impar es simétrica alrededor del origen (vea Figura 12). Si hemos trazado la gráfica de f para $x \geq 0$, entonces podemos obtener toda la gráfica al girar esta parte 180° alrededor del origen. (Esto es equivalente a reflejar primero en el eje x y luego en el eje y.)

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

EJEMPLO 8 | Funciones par e impar

Determine si las funciones son par, impar, o ninguna de éstas.

(a) $f(x) = x^5 + x$

(b) $g(x) = 1 - x^4$

(c) $h(x) = 2x - x^2$

SOLUCIÓN

(a)
$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^5 + (-x) \\ &= -x^5 - x = -(x^5 + x) \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

Por tanto, f es una función impar.

(b) $g(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = g(x)$

Por tanto, g es par.

(c) $h(-x) = 2(-x) - (-x)^2 = -2x - x^2$

Como $h(-x) \neq h(x)$ y $h(-x) \neq -h(x)$, concluimos que h no es ni par ni impar.

(Zill, Warrent, Wrigth, 2011)

Resumen

- Entonces:

Sumándole un # positivo a toda la expresión de la función la desplazo hacia arriba en el eje y. Si es negativo la desplazo hacia abajo.

Si aplica el método del cajón y reemplazo la x por $x \mp c$, la desplazo a la derecha o la izquierda.

Trasformaciones no rígidas:

Alargamiento y contracción vertical y horizontal

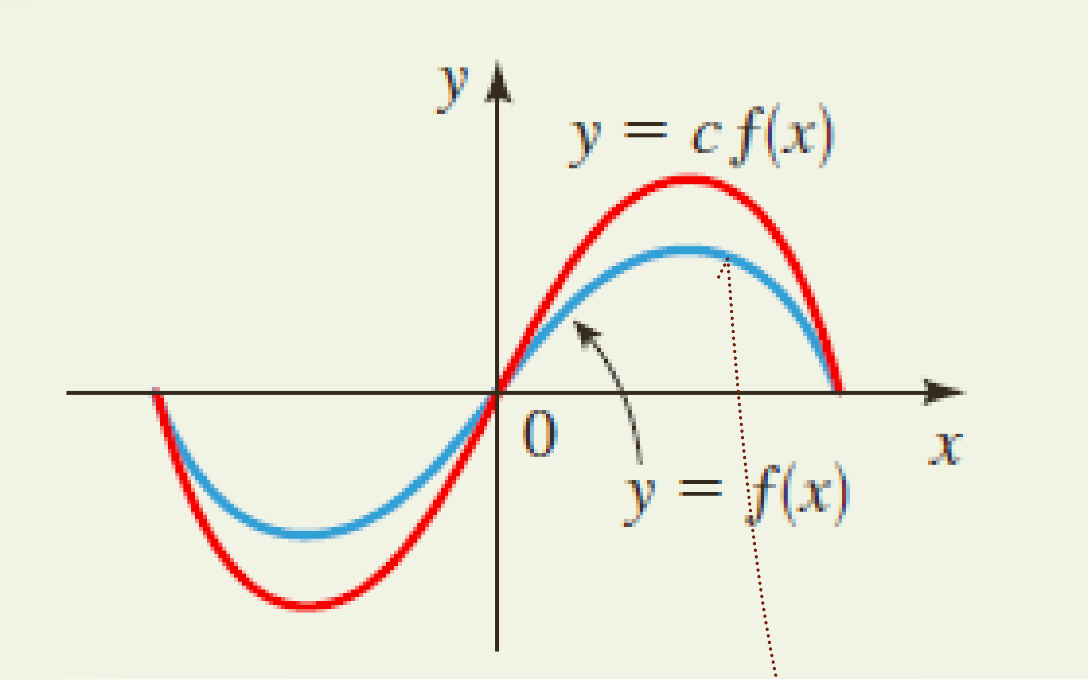
- Observe lo siguiente:

Si Ud. tiene un número por ejemplo 100 y lo multiplica por 2, lo convierte en 200: lo duplica; si por 3 lo triplica…

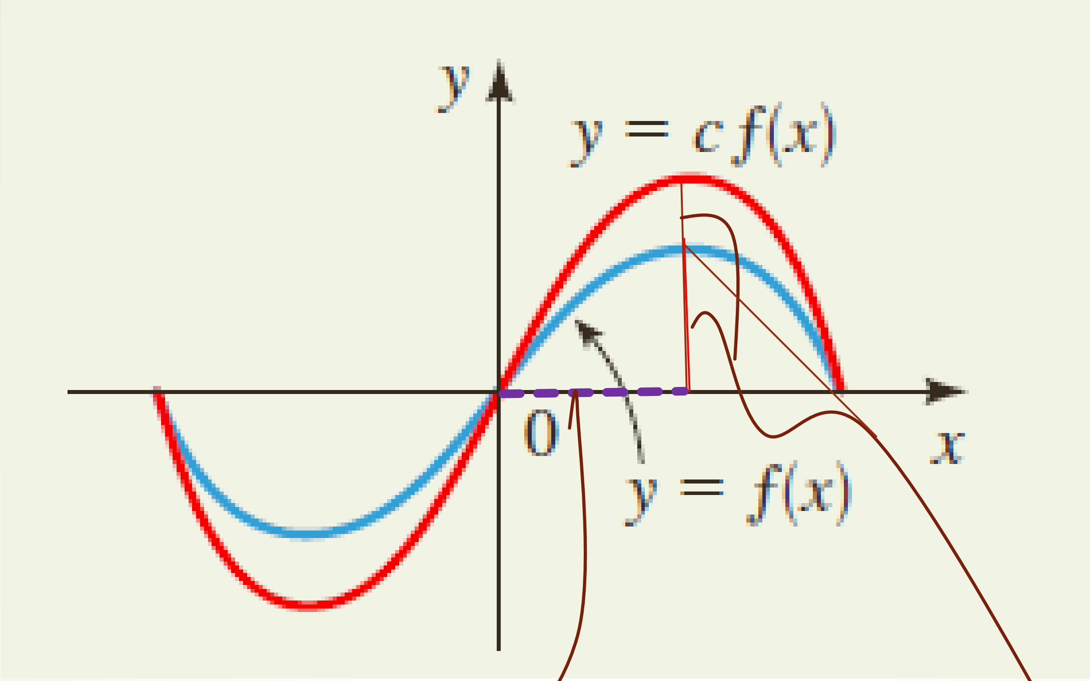
Si lo multiplica por 1,5 lo convierte en 150.

Esto es, agranda el # o lo crece.

Esto vale si el # por el cual va a multiplicar es mayor de 1.



Suponga que se conoce la gráfica de $y = f(x)$ (en azul) y Ud. quiere que la gráfica se comporte como un resorte, esto es, que se alargue hacia arriba (que quede como la roja), que Ud. la pueda estirar hacia arriba quedando fija en los puntos del eje x (interceptos).

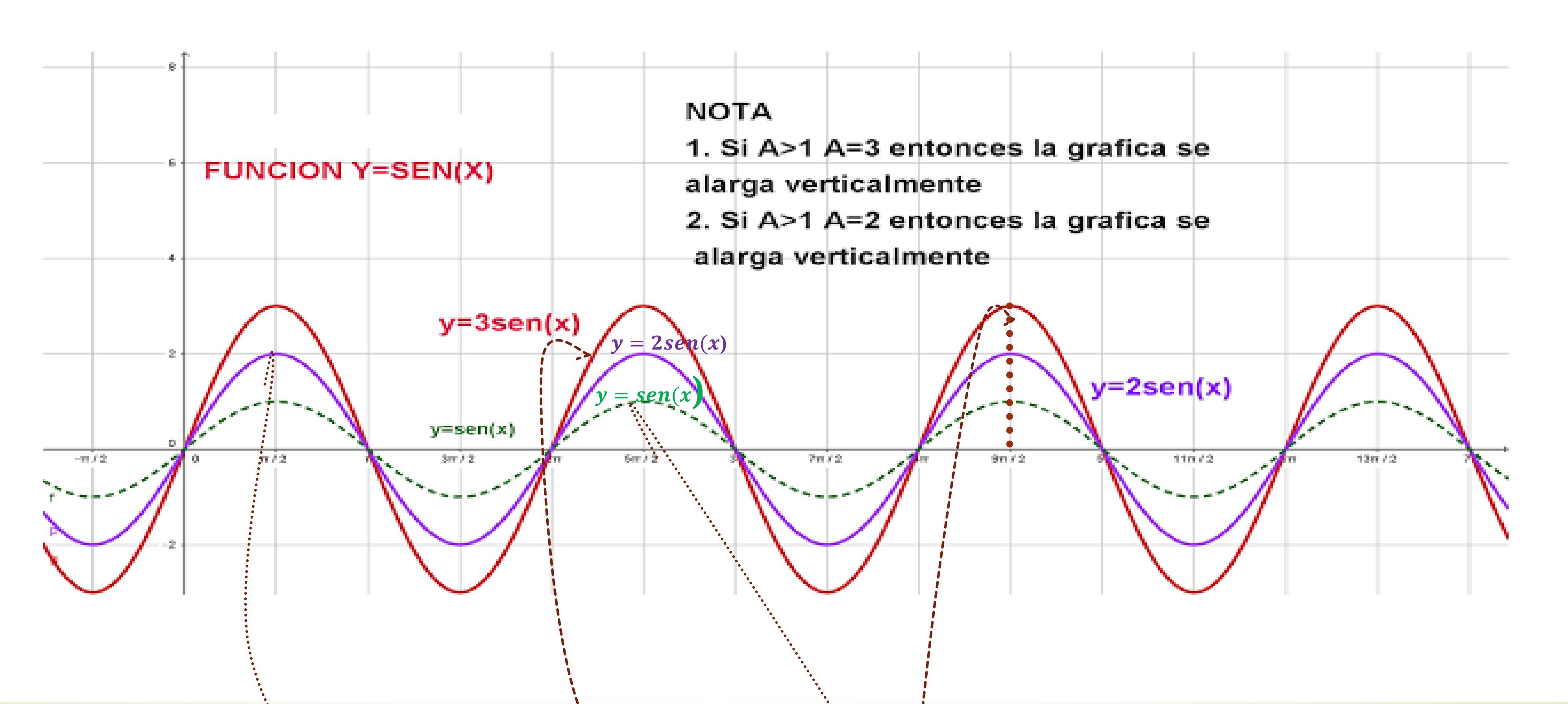


Observe que la coordenada *x para un valor de y es la misma para la función original y para la nueva función*. Esto es, la *x* no cambia.

Lo único que cambia es la coordenada de y en un valor dado, por ejemplo c. Si c fuera 2 estaríamos estirando la gráfica al doble: esto es, multiplicando por 2 la expresión de la función original.

Multiplicar la expresión de la función original por c tiene el efecto de alargar verticalmente la gráfica en un factor de *c* (si $c>1$). No se cambian o alteran los puntos de corte de la gráfica sobre el eje x.

Observe la función seno en la diapositiva siguiente:



La curva original de $\boldsymbol{y = sen(x)}$ es la verde punteada. Si la expresión sen(x) la multiplico por 2 obtengo y= **2**sen(x), un alargamiento en y de 2: duplico la coordenada y, mientras la x permanece constante. Si por 3 da y= 3sen(x), triplico las y.

http://traslacionycompresion.blogspot.com.co/

Ahora, si Ud. tiene un # por ejemplo 100 y lo multiplica por $\frac{1}{2}$ lo convierte en 50: lo disminuye en a la mitad.

Si lo multiplica por $\frac{1}{3}$ lo convierte en 0,333. Lo disminuye a una tercera parte.

Si por $\frac{1}{5}$ a 20. Lo disminuye a una quinta parte.

Esto es,   si multiplico por un fraccionario disminuyo. Los fraccionarios se obtienen dividiendo en este caso 1 entre un # dado.

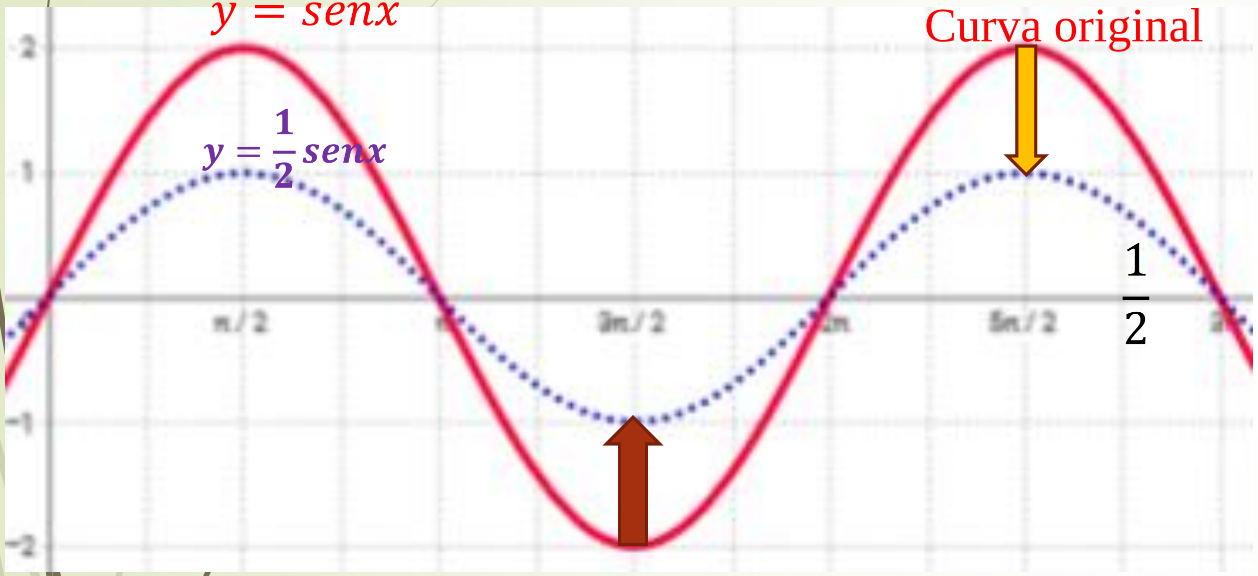
Y son los números comprendidos entre 0 y 1

Si c es un fraccionario debe cumplir que

$$0 < c < 1$$

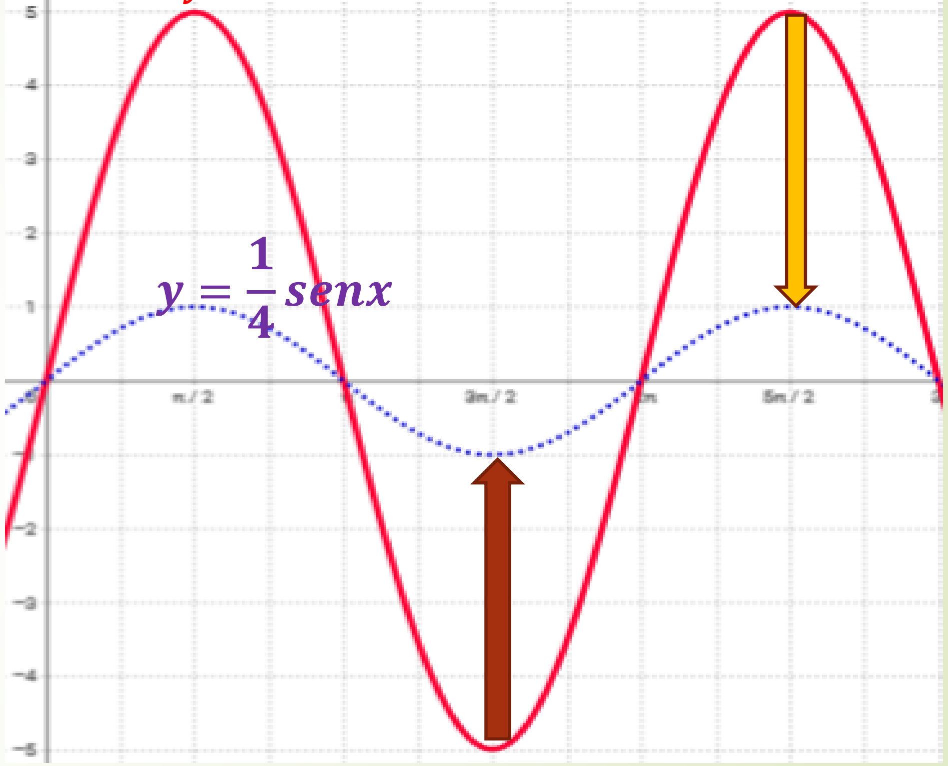
Compresión en el eje y: multiplicar la expresión por # fraccionario

$y = senx \longrightarrow y == \frac{1}{2} senx$

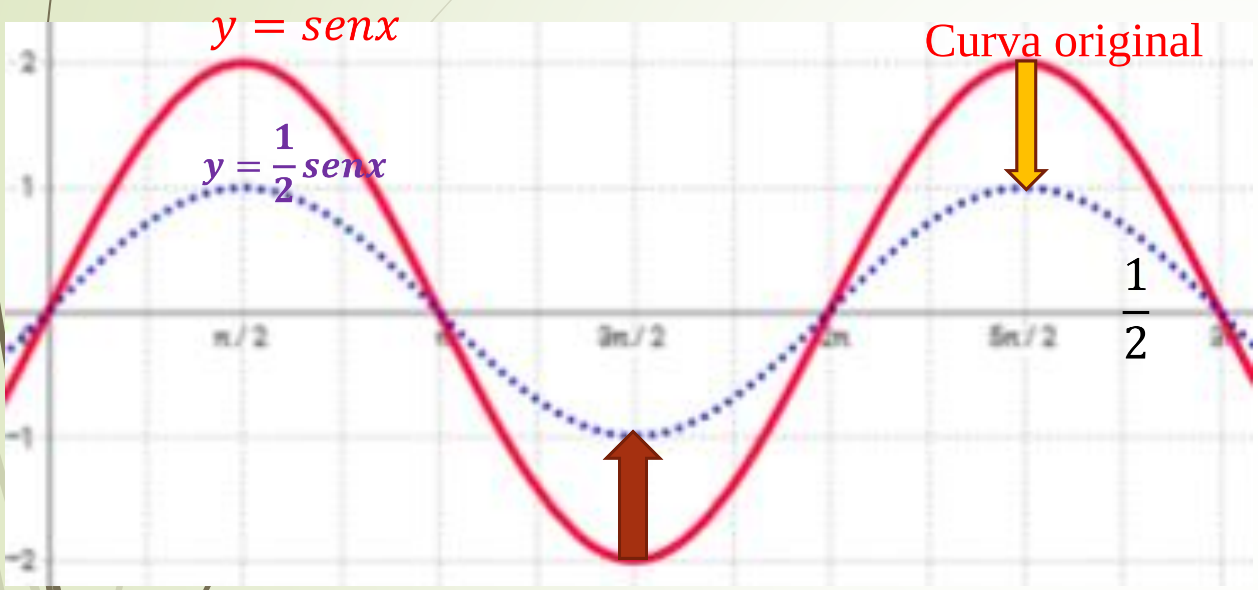


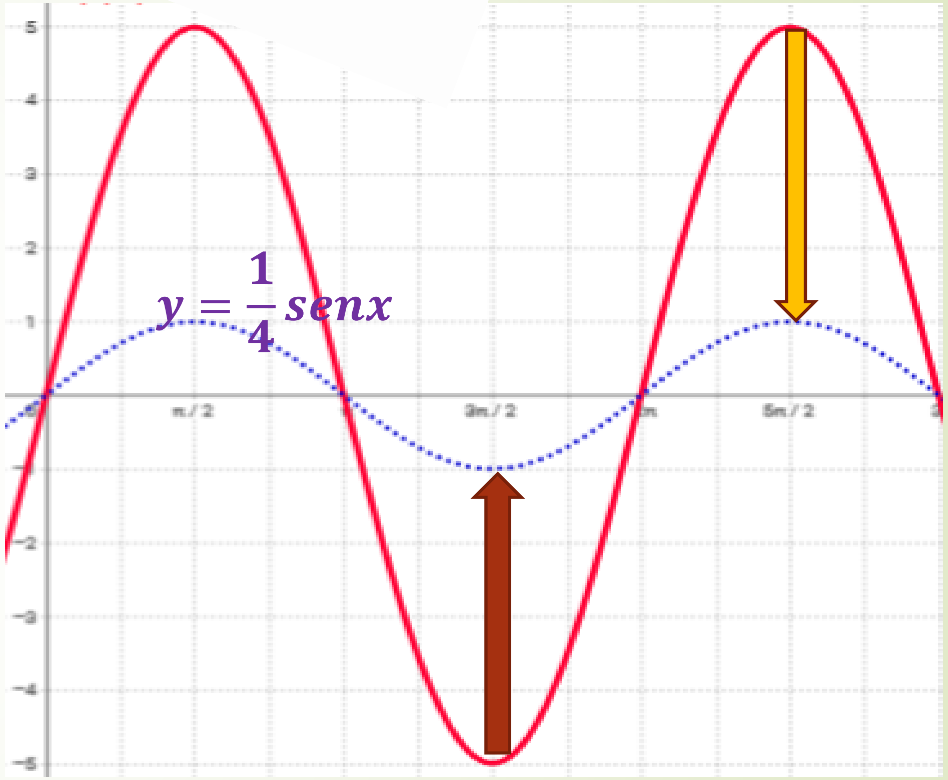
$y = senx \longrightarrow y == \frac{1}{4} senx$

$y = senx$



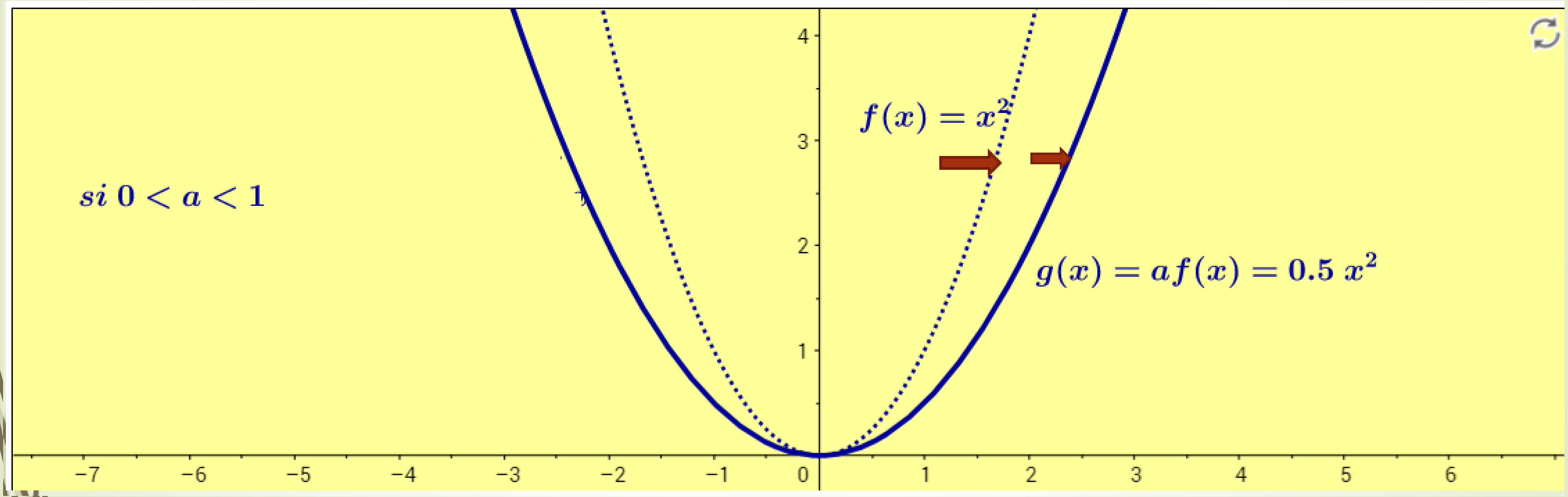
http://traslacionycompresion.blogspot.com.co/





http://traslacionycompresion.blogspot.com.co/

L



https://www.geogebra.org/m/Fu25fZfX#material/mUt5kSHz

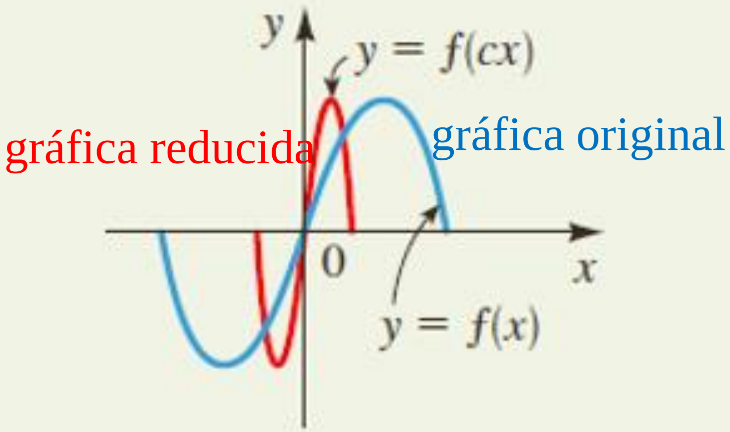
Contracción o Compresión en el eje x
Alargamiento o estiramiento en el eje x

Contracción o Compresión en el eje x

CONTRACCIÓN HORIZONTAL

Para graficar $y = f(cx)$:

Si $c > 1$, contrae la gráfica de $y = f(x)$ horizontalmente en un factor de $1/c$.

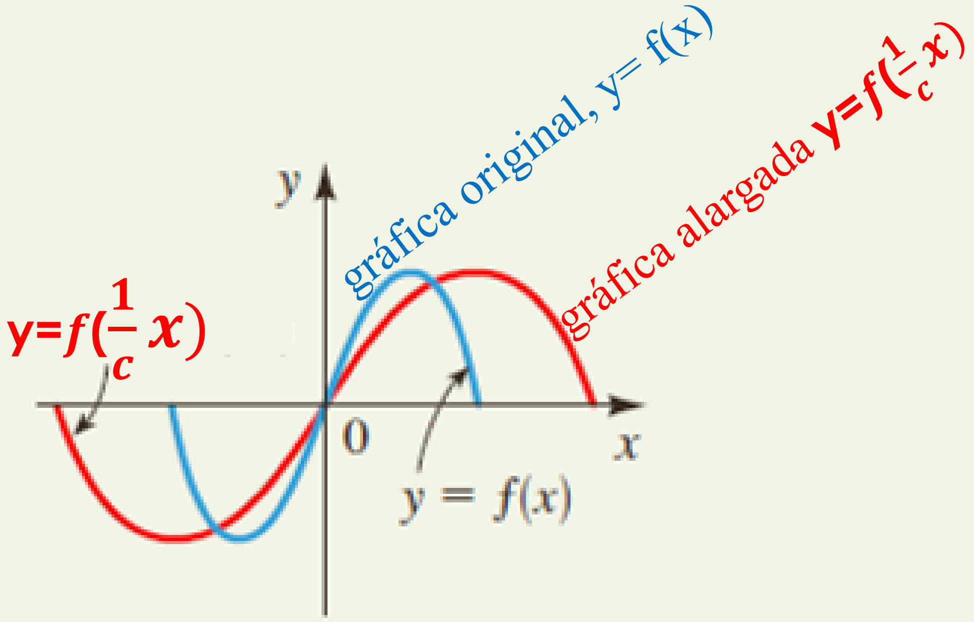


$c > 1$

La gráfica se reduce en el eje x en $\frac{1}{3}$

ALARGAMIENTO HORIZONTAL DE GRÁFICA

Al multiplicar por $\frac{1}{c}$ se alarga la gráfica horizontalmente en un factor igual a c



EJEMPLO 7 | Alargamiento y contracción horizontales de gráficas

La gráfica de $y = f(x)$ se muestra en la Figura 8 de la página siguiente. Trace la gráfica de cada función.

(a) $y = f(2x)$ **(b)** $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

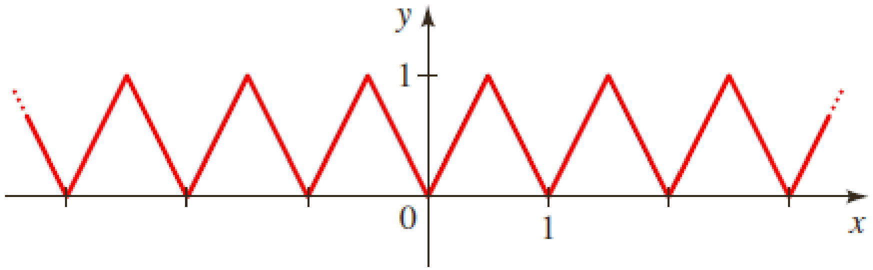
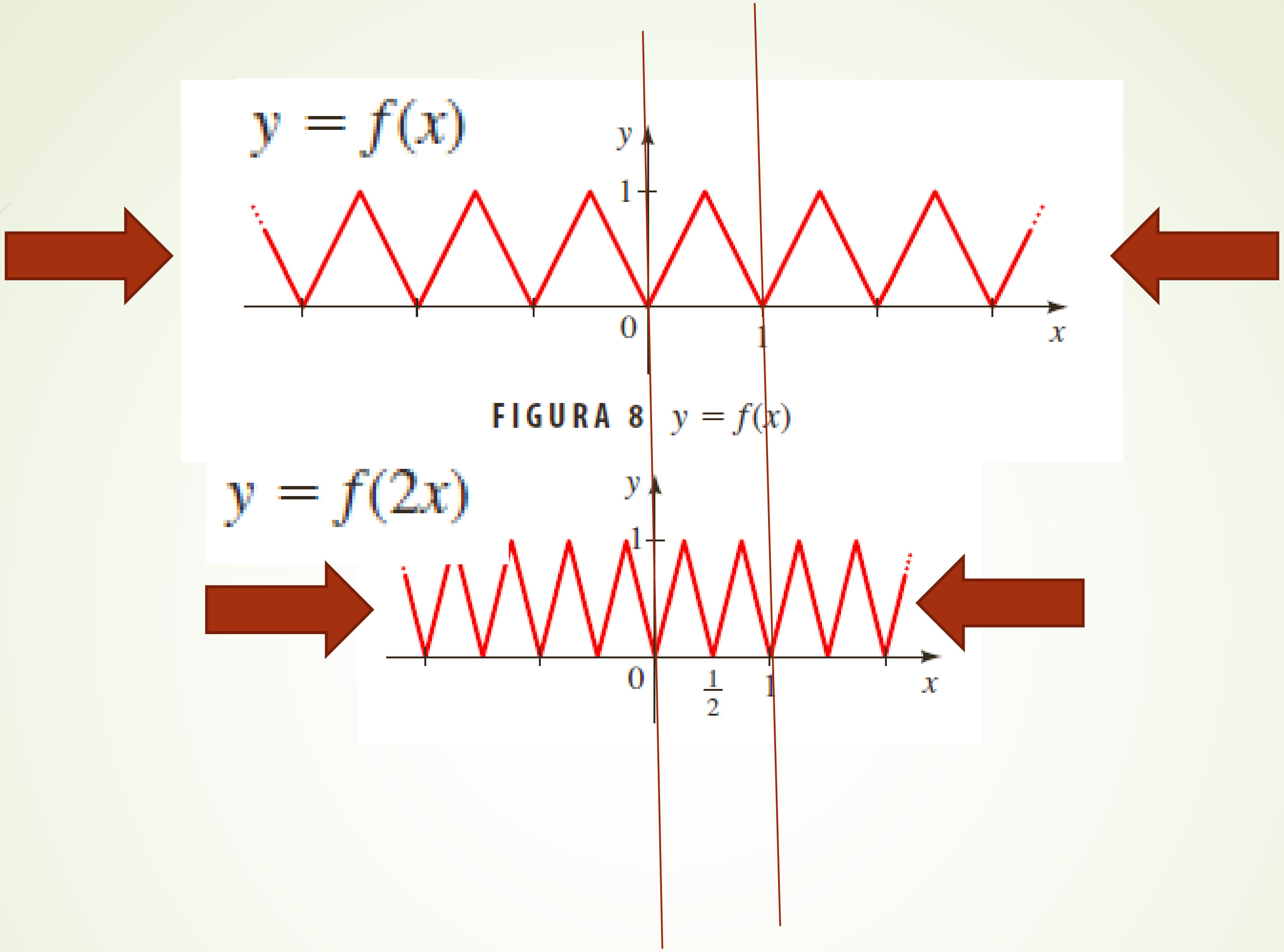


FIGURA 8 $y = f(x)$



La gráfica se redujo en $\frac{1}{2}$ en el eje x.

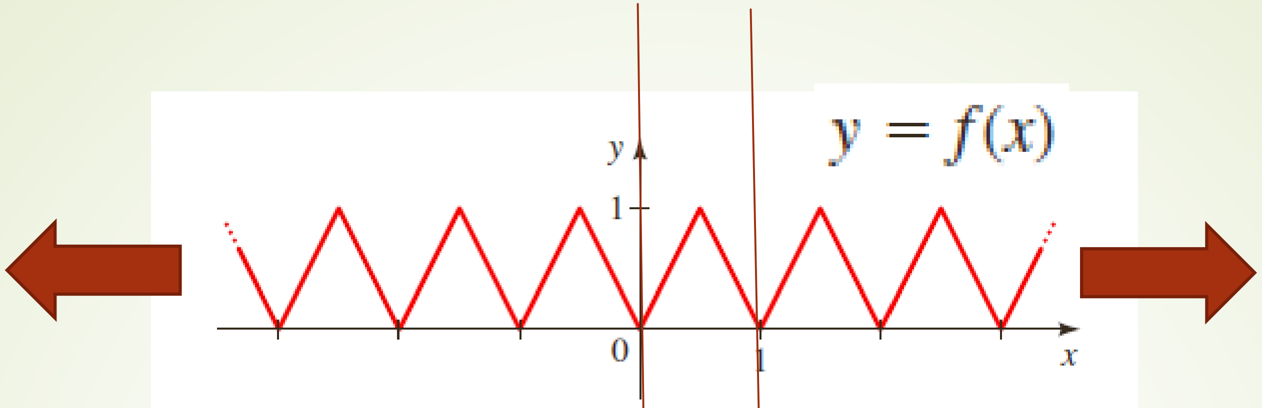
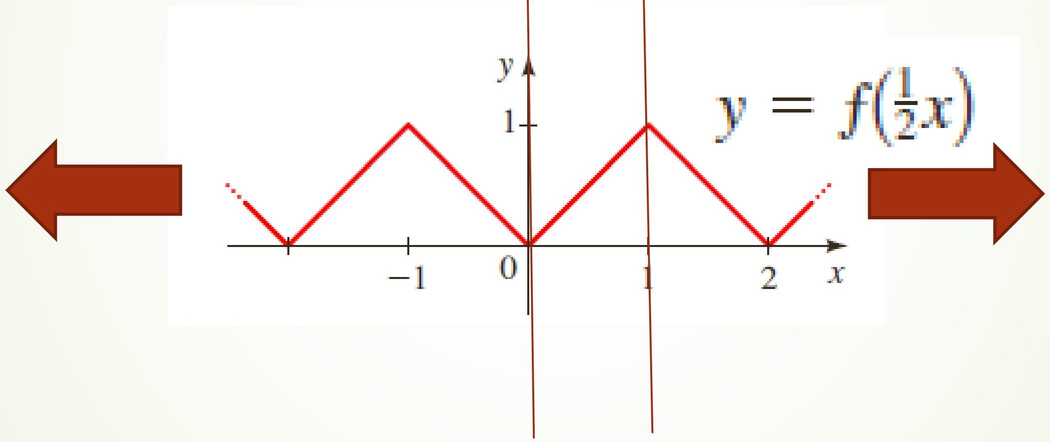
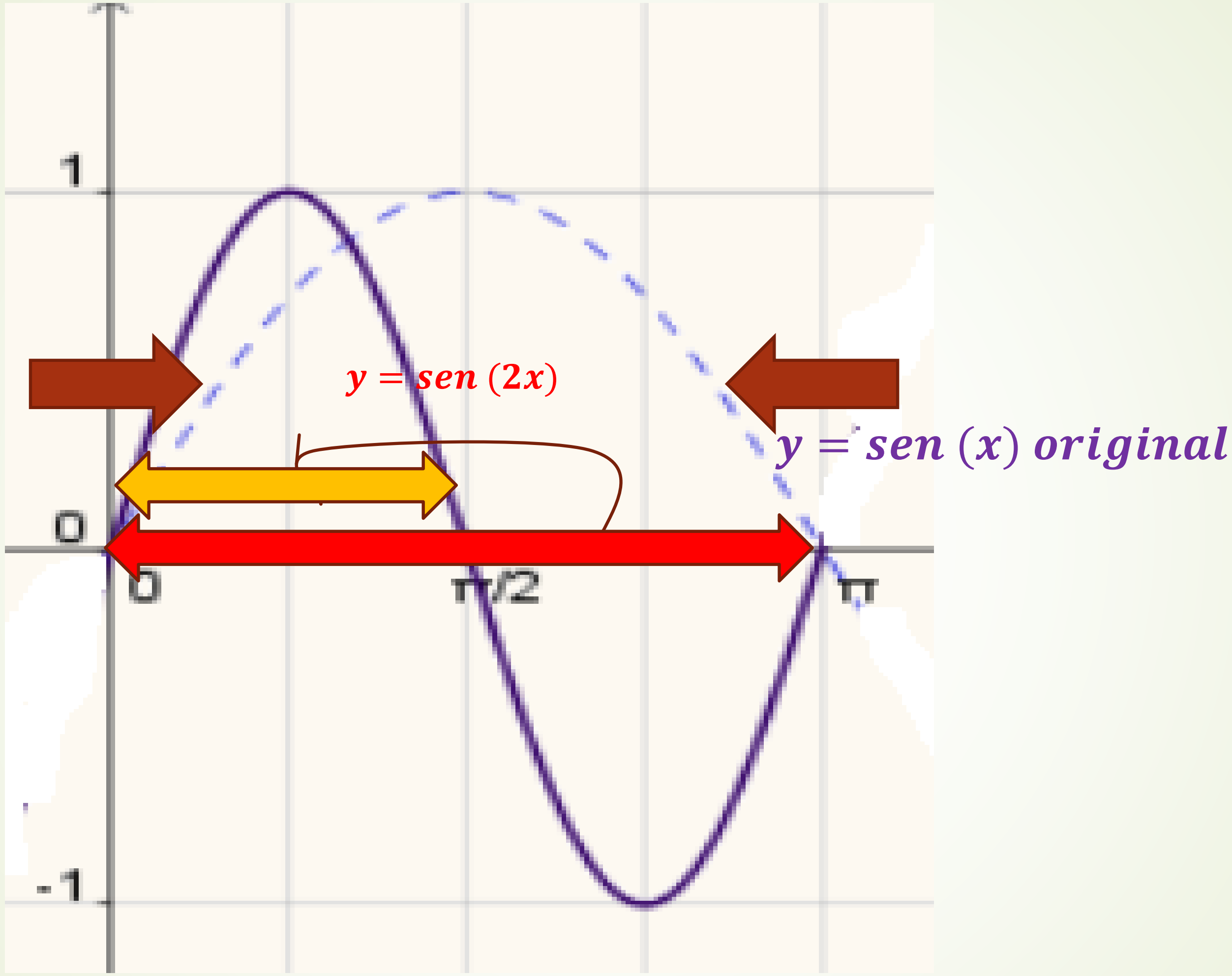


FIGURA 8 $y = f(x)$



La gráfica se alargó, amplió o se estiró en 2 en el eje x

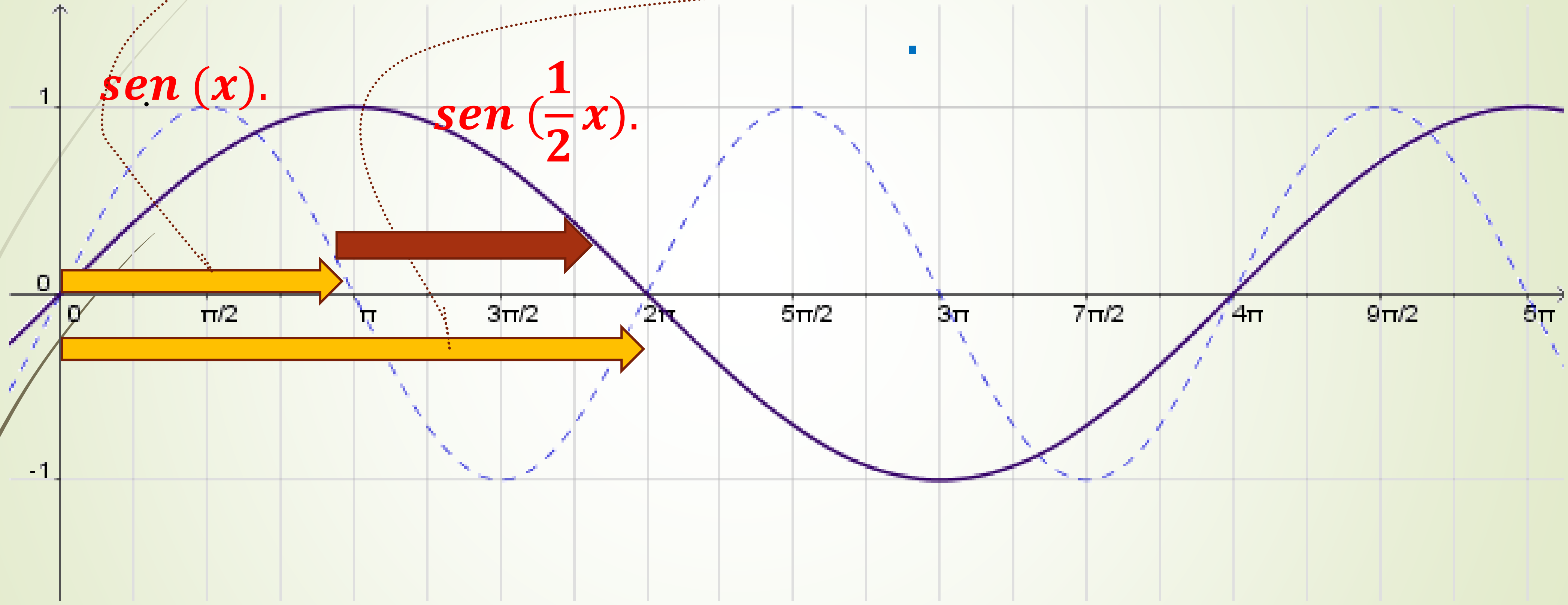
$$y = sen\,(x) \longrightarrow y = sen\,(2x)$$



Si multiplico la variable x por 2, llevo media onda de π a $\frac{\pi}{2}$. Comprimí a media onda en el eje x.

Expansión en el eje x de $sen\ (x): \times\ fraccionario.$

Media onda de $sen\ (x)\ de\ anchor\ \ \pi\ \ pasó\ a\ 2\pi\ en\ sen\ (\frac{1}{2}x).$



Compresión en el eje x.

Si empleo el método del cajón o paréntesis multiplicando por 2 la x, comprimo la curva en el eje x.

$y = f(x) = x^2 - x$ $\longrightarrow$ $f(\ \ ) = y = (\ \ \ \ )^2 - (\ \ \ )$

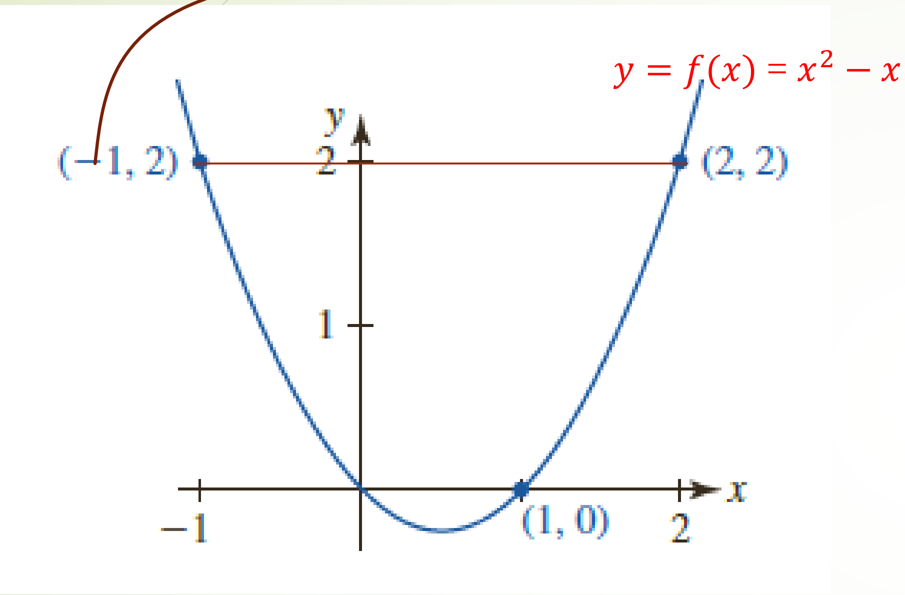
Si empleo c= 2 y reemplazo x por 2x

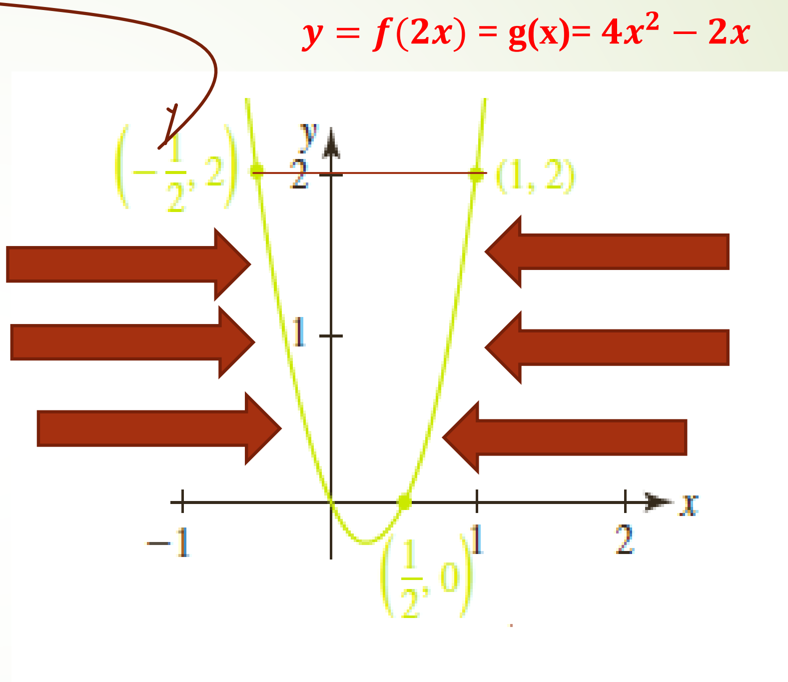
$f(x) \longrightarrow f(2x)$ De función de x paso a f(2x)

$f(x) \longrightarrow g(x)$

$f(2x) = (2x)^2 - (2x)$ la nueva función es $g(x) = 4x^2 - 2x$

$$y = f(x) = x^2 - x \longrightarrow y = f(2x) = g(x) = 4x^2 - 2x$$

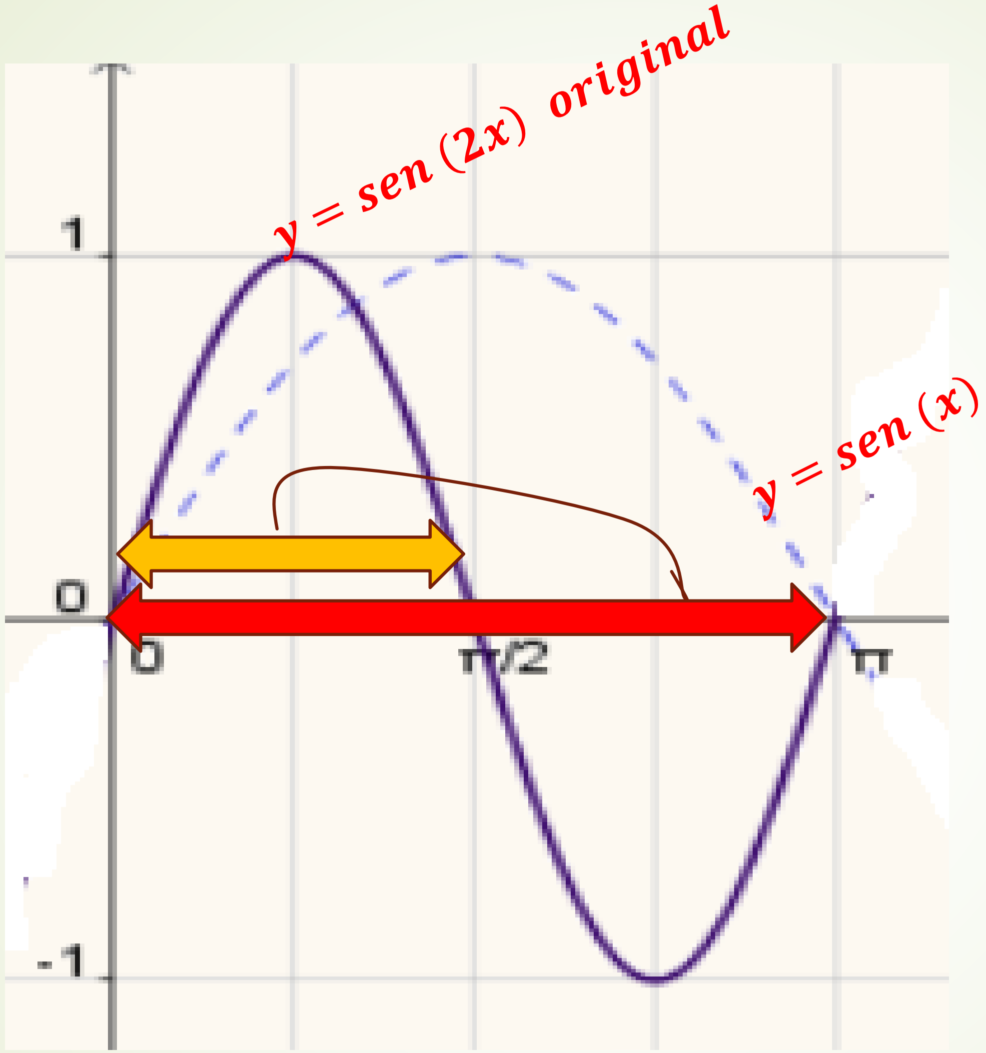




Al afectar la x por 2, el efecto fue reducir la coordenada x : -1 a $-\frac{1}{2}$, sin variar la y.

Al afectar la expresión internamente en $2x$, el efecto fue la reducción de todas las coordenadas x en la mitad. La coordenada y permaneció inalterada. El efecto fue como si cogiéramos toda la curva con una mano en un lado y en el otro la otra mano y la comprimiéramos, cuidando de que y permanezca constante.

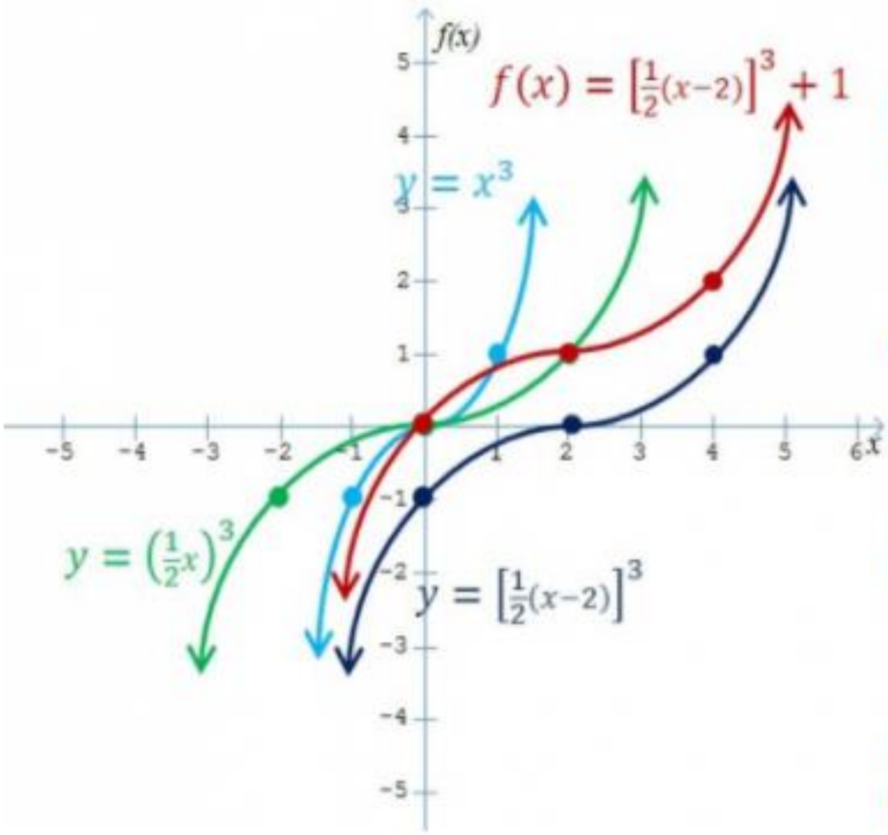
$$y = sen\,(2x) \longrightarrow y = sen\,(x)$$



Si multiplico la variable x por $\frac{1}{2}$, llevo media onda de $\frac{\pi}{2}$ a π, expandí la media onda.

Dibujar la gráfica la función $f(x)=[½(x-2)]^3+1$.

Solución:



La gráfica de $f(x)=x^3$ se llamará gráfica de la función modelo. Los puntos principales de la gráfica de esta función son; (-1, -1), (0, 0) y (1, 1).

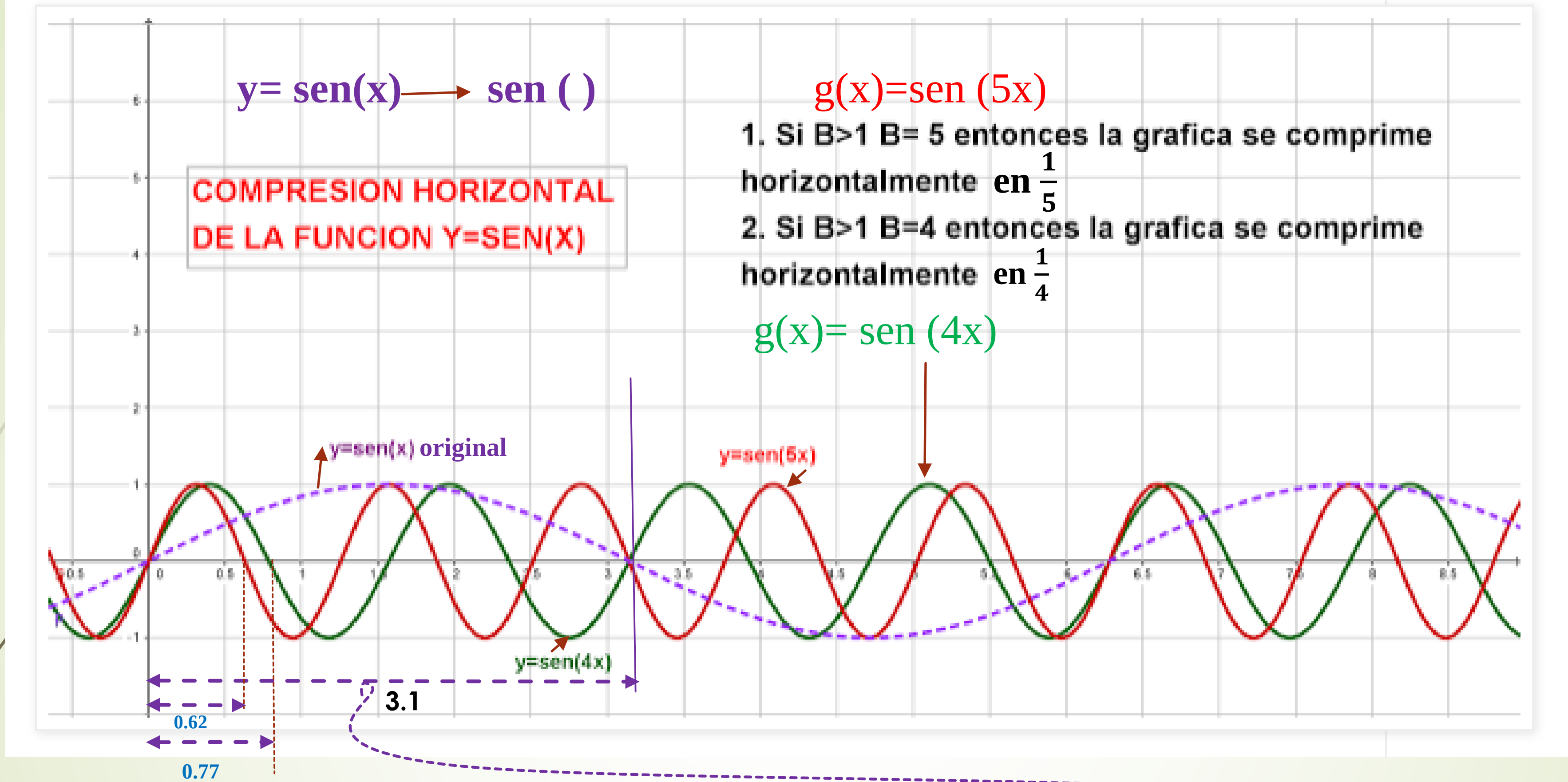
La gráfica de $f(x)=(½x)^3$ es la gráfica modelo expandida horizontalmente por un factor de 2.

La gráfica de $f(x)=[½(x-2)]^3$ es la gráfica modelo expandida horizontalmente por un factor de 2 y desplazada hacia la derecha 2 unidades.

La gráfica de $f(x)=[½(x-2)]^3+1$ es la gráfica modelo expandida horizontalmente por un factor de 2, desplazada hacia la derecha 2 unidades y 1 unidad hacia arriba.

https://www.matematicaspr.com/l2dj/blog/transformaciones-de-funciones

Compresión horizontal de sen(x)



Note que 5 comprime más la función que 4, porque 5 reduce en un factor mayor (1/5) la coordenada x (que la recude en ¼). 5 la lleva a una quinta parte, mientras que 4 la lleva a una cuarta parte. De una longitud en la gráfica original de 3.1 para media longitud de onda, la reduce a 0.62, y a 0.77 aproximadamente.

http://traslacionycompresion.blogspot.com.co/

GeoGebra

TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES

A las gráficas de las funciones se les pueden hacer transformaciones, obteniendo funciones relacionadas. Consideramos dos clasesdetransformaciones.

•Desplazamientos verticales y horizontales: Se supone que c es una constante positiva, es decir c > 0 y y = f(x) entonces

y = f(x) + c desplaza la gráfica c unidades hacia arriba.
y = f(x) – c desplaza la gráfica c unidades hacia abajo.
y = f(x + c) desplaza la gráfica c unidades hacia la derecha.
y = f(x – c) desplaza la gráfica c unidades hacia la izquierda.

•Estiramiento y reflexiones: Se supone que c es una constante mayor que uno, si y = f(x) entonces

y = cf(x) estira verticalmente la gráfica c unidades.
y = (1/c)f(x) comprime verticalmente la gráfica c unidades.
y = f(cx) comprime horizontalmente la gráfica c unidades.
y = f(x /c) estira horizontalmente la gráfica c unidades.
y = - f(x) refleja la gráfica respecto al eje x.
y = f(-x) refleja la gráfica respecto al eje y.

https://www.geogebra.org/m/X2prDCMm