Derivadas de funciones Trigonométricas

Teorema Derivadas de funciones trigonométricas

Si $u = g(x)$ es una función diferenciable, entonces

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen} u = \cos u \frac{du}{dx}, \qquad \frac{d}{dx}\cos u = -\operatorname{sen} u \frac{du}{dx},$$

$$\frac{d}{dx}\tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}, \qquad \frac{d}{dx}\cot u = -\csc^2 u \frac{du}{dx},$$

$$\frac{d}{dx}\sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}, \qquad \frac{d}{dx}\csc u = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}.$$

EJEMPLO

Diferencie $y = \cos 4x$. $\quad \dfrac{dy}{dx} =$

Diferencie $y = \cos 4x$. $\dfrac{dy}{dx} =$

Solución La función es $\cos u$ con $u = 4x$.

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{sen} 4x \cdot \frac{d}{dx}4x = -4 \operatorname{sen} 4x.$$

EJEMPLO

Diferencie $y = \tan(6x^2 + 1)$.

$$\frac{d\tan(6x^2+1)}{dx} = sec^2(6x^2+1)\frac{d\,(6x^2+1)}{dx} =$$

$$(sec^2(6x^2+1)) * (12x)$$

Solución La función es $\boxed{\tan u \text{ con } u = 6x^2 + 1}$. Por la segunda fórmula en (12) del teorema 3.5.3, la derivada es

$$\frac{dy}{dx} = \overbrace{\sec^2(6x^2 + 1)}^{\sec^2 u} \cdot \overbrace{\frac{d}{dx}(6x^2 + 1)}^{\frac{du}{dx}} = 12x \sec^2(6x^2 + 1).$$

Producto que involucra función trigonométrica

EJEMPLO

Diferencie $y = (9x^3 + 1)^2 \text{ sen } 5x$.

EJEMPLO

Diferencie $y = \operatorname{sen}\left(\overbrace{\tan\sqrt{3x^2 + 4}}^{u}\right)$.

33. $f(x) = \cos\left(\operatorname{sen}\sqrt{2x + 5}\right)$ **34.** $f(x) = \tan(\tan x)$

Función trigonométrica

EJEMPLO

Diferencie $y = \cos^4(7x^3 + 6x - 1)$.