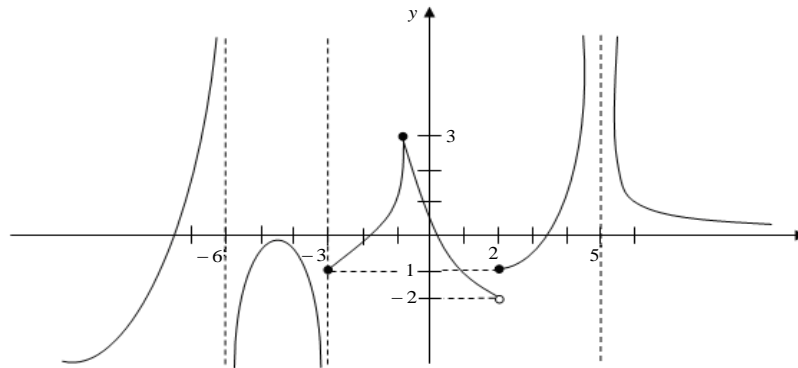




**INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y APLICADAS
JEFATURA DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS BÁSICAS**

Taller 3: Cálculo diferencial

Resuelva las preguntas 1 a 14, de acuerdo con el gráfico de la función $f(x)$ que se presenta a continuación.



1. Determinar el dominio y el rango de la función

2. Calcular:

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

B. $\lim_{x \rightarrow -6^-} f(x)$

C. $\lim_{x \rightarrow -6^+} f(x)$

D. $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

E. $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

F. $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$

G. $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$

H. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

3. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$? (Justifique su respuesta).

4. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$? (Justifique su respuesta).

5. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$? (Justifique su respuesta).

6. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? (Justifique su respuesta).

15. Determinar el dominio y el rango de la función

16. ¿Cuál de las funciones que se presentan a continuación corresponden al gráfico dado?

$$A. g(x) = \begin{cases} (x+3)^2; & x \leq 4 \\ \sqrt{x-4}; & 4 < x \leq 8 \\ \frac{1}{x-8}; & x > 8 \end{cases}$$

$$B. g(x) = \begin{cases} 6; & x = 1 \\ (x-3)^2; & x \leq 4 \\ \sqrt{x-4}; & 4 < x \leq 8 \\ \frac{1}{x-8} + 2; & x > 8 \end{cases}$$

$$C. g(x) = \begin{cases} (x-3)^2; & x \leq 4 \\ \sqrt{x}; & 4 < x \leq 8 \\ e^{-x}; & x > 8 \end{cases}$$

$$D. g(x) = \begin{cases} (x-3)^2; & x \leq 4 \\ (x-4)^3; & 4 < x \leq 8 \\ e^{x-8} + 2; & x > 8 \\ 6; & x = 1 \end{cases}$$

17. Evaluar:

A. $f(1)$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

D. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

E. $\lim_{x \rightarrow 4^-} g(x)$

F. $\lim_{x \rightarrow 4^+} g(x)$

G. $\lim_{x \rightarrow 8^-} g(x)$

H. $\lim_{x \rightarrow 8^+} g(x)$

I. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$

18. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$? (Justifique su respuesta).

19. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$? (Justifique su respuesta).

20. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$? (Justifique su respuesta).

21. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? (Justifique su respuesta).

22. ¿Existe el $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$? (Justifique su respuesta).

23. Analice la continuidad de la función en el punto dado:

C. $x = -1$

D. $x = -6$

24. El gráfico de la función es discontinuo en $x = 1$, ¿Cuál o cuáles de las condiciones para la continuidad puntual no se cumple?
25. El gráfico de la función es discontinuo en $x = 4$, ¿Cuál o cuáles de las condiciones para la continuidad puntual no se cumple?
26. El gráfico de la función es discontinuo en $x = 8$, ¿Cuál o cuáles de las condiciones para la continuidad puntual no se cumple?
27. ¿Es la recta $x = 8$ asíntota vertical para el gráfico de la función? (Justifique su respuesta).
28. ¿Es la función derivable en los puntos $x = 1$, $x = 4$ y $x = 8$? (Justifique su respuesta).

29. Si $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$ y $g(x) = \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}$, encontrar:

A. $Dom(fg)(x)$

B. $\lim_{x \rightarrow 3}(fg)(x)$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty}(f)(x)$

D. Analizar la continuidad de $g(x)$ en $x = 8$

30. Si $g(x) = \frac{x^3-5x^2+3x-15}{x-5}$ y $h(x) = \frac{x^2-25}{\sqrt{x^2-2x-15}}$, encontrar:

A. $Dom(g-h)(x)$

B. $\lim_{x \rightarrow 3}(g-h)(x)$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty}(h)(x)$

D. Analizar la continuidad de $h(x)$ en $x = -3$

31. Analizar la continuidad de las funciones que se presentan a continuación en el punto dado y trazar el gráfico de cada una.

A. $h(x) = \begin{cases} (x-2)^3; & x \leq 3 \\ \log_2(x-1); & x > 3 \end{cases}$ en $x = 5$

B. $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 - 3; & x < 2 \\ 8; & x = 2 \\ \sqrt{x+34}; & x > 2 \end{cases}$ en $x = 2$

32. Encontrar el valor de la constante c que haga h continua en $(-\infty, \infty)$:

$$h(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x; & x < 2 \\ x^3 - cx; & x \geq 2 \end{cases}$$

33. Encontrar los valores de a y b que hagan f continua en todas partes.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}; & x < 2 \\ ax^2 - bx + 3; & 2 < x < 3 \\ 2x - a + b; & x \geq 3 \end{cases}$$

34. Dadas las siguientes funciones, determine $f'(x)$ a partir de la definición de derivada como un límite, $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$:

A. $y = x^3 - x$

B. $y = \frac{x-1}{x-2}$

C. $f(x) = \sqrt{x} - 5$

D. $y = \sqrt{3x + 1}$

E. $f(x) = \text{sen } x$

F. $y = \text{cos } x$

35. Dada la función $f(x) = 2 + 8x - 5x^2$.

A. Haciendo uso de la fórmula para la pendiente $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, encontrar una expresión general para la pendiente de todas las rectas tangentes al gráfico de la función $f(x)$.

B. Determinar la pendiente de la recta tangente en $x = 2$

C. Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x)$ en el punto $P(2, -2)$.

36. Dada la función $g(x) = \frac{1}{x+1}$.

D. Haciendo uso de la fórmula para la pendiente $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$, encontrar una expresión general para la pendiente de todas las rectas tangentes al gráfico de la función $g(x)$.

E. Determinar la pendiente de la recta tangente en $x = 2$

F. Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $g(x)$ en el punto $P(2, -2)$.

37. Se arroja una pelota verticalmente hacia arriba desde el suelo, con una velocidad inicial de 112 pies/seg , su altura con respecto al suelo después de t segundos está dada por:

$$H(t) = 112t - 16t^2$$

- A. Haciendo uso de la fórmula para la velocidad instantánea $v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(t+h) - s(t)}{h}$, encontrar una expresión general para la velocidad alcanzada por la pelota t segundos después de haber sido lanzada.
- B. ¿Cuál es la velocidad de la pelota en $t = 2 \text{ seg}$?
- C. ¿Cuándo alcanza su altura máxima la pelota?
38. Encontrar la derivada de cada una de las funciones que se presentan a continuación, utilizando las reglas de derivación:

A. $f(x) = \frac{4}{x^3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x - \sqrt[3]{x} + 5$

B. $g(x) = \frac{x^2 - x - 30}{(x - 6)}$

C. $y = (\sec x + \tan x)(\cos x + \sin x)$

D. $h(t) = \frac{2 \csc t - 8t}{\cot t}$

E. $f(t) = (3t^2 + 5t - 3)^5$

F. $f(x) = \sqrt{x - 3x^2}$

G. $f(x) = \sec(4x^2 - 9x)^3$

H. $y = \sin^3(2x + 1)$

I. $f(x) = \sec^2(x^2)\tan^3(x^2)$

J. $g(x) = \frac{(2x^3 + 8x - 1)^2}{\sqrt{3x^2 - 1}}$

K. $f(x) = [\csc^3(8x^2) + 2x]^2$

BIBLIOGRAFÍA

ALARCÓN, Sergio; GONZÁLEZ, María Cristina y QUINTANA, Hernando. Cálculo Diferencial: Límites y Derivadas. Medellín: Fondo Editorial ITM, 2008.

STEWART, James. Cálculo: Conceptos y contextos. Tercera edición. Bogotá: Thompson editores, 1999.

ZILL G., Dennis; WRIGHT, Warren S. Cálculo: Trascendentes Tempranas. Cuarta Edición. México: Mc Graw Hill.