

Asignatura: Cálculo Diferencial

Código: CDX 24-_____

NOTA

Docente: _____

Fecha: octubre 6 de 2017

Nombre: _____

Carné: _____

Instrucciones:

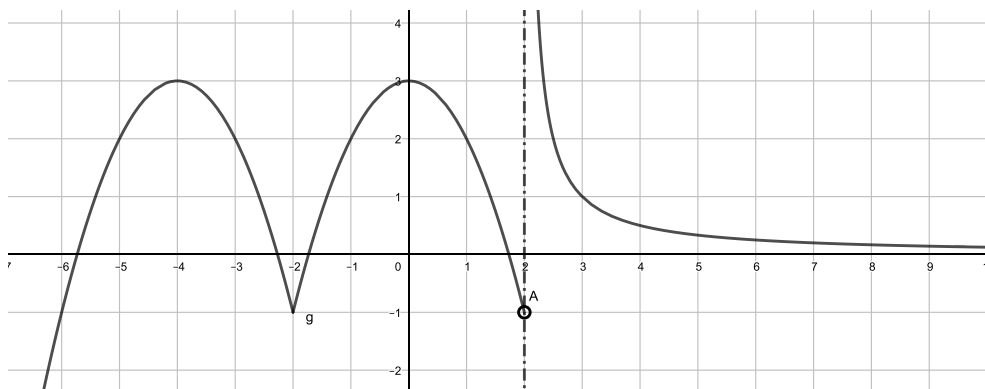
Escriba su nombre completo y su número de carné en la parte superior de la hoja.

Los puntos serán evaluados de acuerdo a su procedimiento.

Para este parcial no se permite el uso de celulares, calculadoras, ni fichas.

La prueba está diseñada para una duración de máximo una hora y cincuenta minutos (1:50)

1. **(1.5 puntos)** Responda las preguntas 1.1 a 1.6 de acuerdo con el gráfico que se presenta a continuación.



- 1.1. **(0.25)** La función correspondiente al gráfico es:

a. $f(x) = \begin{cases} -(x+3)^2 + 3; & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 4; & \text{si } -2 < x < 2 \\ \frac{1}{x-2}; & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} -(x+4)^2 + 3; & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 3; & \text{si } -2 < x < 2 \\ \frac{1}{x-2}; & \text{si } x > 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} -(x+4)^2 + 3; & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 3; & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2}; & \text{si } x > 2 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 2; & \text{si } x < -1 \\ \frac{-1}{x+1} - 1; & \text{si } -1 < x < 0 \\ e^{-x}; & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- 1.2. **(0.25)** El dominio y el rango de la función son, respectivamente

- a. Dominio: $\{x/x \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)\}$ y Rango: $\{y/y \in (-\infty, \infty)\}$
- b. Dominio: $\{x/x \in (-\infty, 2] \cup (2, 0) \cup (0, \infty)\}$ y Rango: $\{y/y \in [-1, \infty)\}$
- c. Dominio: $\{x/x \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)\}$ y Rango: $\{y/y \in (-\infty, 1] \cup [2, \infty)\}$
- d. Dominio: $\{x/x \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)\}$ y Rango: $\{y/y \in (-\infty, 1] \cup [2, \infty)\}$

1.3. (0.25) De las afirmaciones que se presentan sólo una es falsa, indique cuál

- La recta $y = 0$, es asíntota horizontal para el gráfico de la función porque $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existe, porque $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1$
- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -1$, porque $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -1$
- La recta $x = 2$ es asíntota vertical para el gráfico de la función porque $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$

1.4. (0.25) El gráfico de la función es discontinuo en $x = 2$. Una de las causas de esta discontinuidad es

- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ no existe y $2 \notin \text{dom } f$
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$

1.5. (0.25) La función no es derivable en $x = -2$ porque

- En este punto existe una discontinuidad
- El gráfico de la función tiene un pico en el punto $(-2, -1)$
- El gráfico de la función tiene una tangente vertical en el punto $(-2, f(-2))$
- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ no existe

1.6. (0.25) Con respecto a la derivada en el punto $(2, f(2))$, puede afirmarse que.

- Existe, porque $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$.
- Existe, porque en este punto la función es continua y además $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ existe.
- No existe, porque una de las condiciones para la derivabilidad es que la función sea continua en el punto.
- No existe, porque en este punto la recta tangente es vertical y por tanto su pendiente es ∞ .

2. (1.3 puntos) Considérense las funciones $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$ y $g(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x-4}$. De acuerdo con esta función, encontrar:

- (Valor 0.4) Dominio de $(f + g)(x)$
- (Valor 0.4) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- (Valor 0.3) $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
- (Valor 0.2) Analizar la continuidad de $f(x)$, en $x = 0$

3. (1.2 puntos) Dada la función $f(x) = \sqrt{x+1}$
- a. (Valor 0.7) Encuentre una expresión general para la pendiente de todas las rectas tangentes a $f(x)$ haciendo uso de la fórmula para la pendiente $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
- b. (Valor 0.2) Determine la pendiente de la recta tangente en $x = 8$
- c. (Valor 0.3) Hallar la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $P(8,3)$

4. (1.0 puntos) Determine la derivada de las siguientes funciones.

- a. (Valor 0.5) Sea $f(x) = (x^2 + x)^2 \text{sen}(2x^3 + 1)$
- b. (Valor 0.5) Sea $f(x) = \frac{\csc^2(x)}{\sqrt{5x+1}}$

Nota:

Si $y = A(x)B(x)$, entonces $y' = A(x)B'(x) + B(x)A'(x)$

Si $y = \frac{A(x)}{B(x)}$ entonces $y' = \frac{B(x)A'(x) - A(x)B'(x)}{[B(x)]^2}$